



Tesis de la Maestría en Intervención Psicopedagógica

Resolución de problemas verbales: una aproximación a la dinámica entre la lectura y el cálculo

Lic. Patricia Ponce de León

Tutora: Dra. Vivian Reigosa Crespo

Facultad de Ciencias de la Salud

2022

ÍNDICE

| | |
|--|----|
| 1. Resumen | 4 |
| 2. Abstract | 5 |
| 3. Agradecimientos | 6 |
| 4. Introducción | 7 |
| 5. Marco teórico | 10 |
| 5.1 - Los correlatos cognitivos de la Resolución de Problemas Verbales | 12 |
| 5.1.1 - <i>Los procesos cognitivos de dominio general</i> | 12 |
| 5.1.2 - <i>Los procesos cognitivos de dominio específico</i> | 16 |
| 5.1.3 - <i>La relación entre la eficacia en la lectura y en el cálculo</i> | 21 |
| 6 – Hipótesis | 23 |
| 7 - Objetivo general | 23 |
| 7.1 - Objetivos específicos | 23 |
| 8 - Materiales y método | 23 |
| 8.1 - Muestra | 24 |
| 8.2 - Instrumentos utilizados en el T ₁ | 24 |
| 8.2.1 - <i>Test de Eficacia en Cálculo Aritmético (TECA)</i> | 24 |
| 8.2.2 - <i>Test de eficacia lectora (TECLE) adaptado</i> | 25 |
| 8.3 - Instrumento utilizado en el T ₂ | 25 |
| 8.3.1 - <i>Problemas Aplicados de la Batería III de Woodcock- Muñoz</i> | 25 |
| 8.4 - Procedimiento | 26 |
| 8.5 - Análisis estadístico..... | 26 |
| 9 - Resultados | 26 |
| 10 - Discusión | 31 |

| | |
|---|----|
| 11 - Conclusiones | 37 |
| 12 - Bibliografía - Referencias | 39 |
| 13 – Anexos | 54 |
| 13.1 - Modelos estadísticos de regresión jerárquica correspondientes a L1 | 54 |
| 13.2 - Modelos estadísticos de regresión jerárquica correspondientes a L2 | 57 |
| 13.3 - Modelos estadísticos de regresión jerárquica correspondientes a L3 | 60 |
| 13.4 - Consentimiento para los estudiantes..... | 63 |
| 13.5 - Consentimiento para las familias..... | 64 |
| 13.6 - Consentimiento institucional..... | 65 |

1. Resumen

La resolución de problemas es parte fundamental de la competencia matemática ya que influye significativamente en el desarrollo de los individuos en su vida cotidiana. Conocer los precursores cognitivos tempranos involucrados en la resolución de problemas verbales (RPV) y el alcance de su influencia a lo largo de la trayectoria escolar puede ser relevante para la detección de posibles dificultades, la estimulación temprana y la provisión de apoyo. Este trabajo se propuso explorar la dinámica que se establece entre la lectura y el cálculo en la RPV a lo largo de la escolarización mediante la realización de tres estudios longitudinales retrospectivos en los que participaron tres cohortes de estudiantes que ingresaron a la educación primaria en los cursos 2013, 2018 y 2019.

Se confirmó en los tres estudios longitudinales que la eficacia lectora y la eficacia en el cálculo están asociadas al desempeño en la resolución de problemas. Este comportamiento sugiere que la relación entre la eficacia lectora y la RPV se encuentra mediada por procesos subyacentes compartidos con la eficacia en el cálculo siendo las operaciones mentales basadas en el procesamiento fonológico una de las hipótesis con mayor evidencia acumulada. A través de modelos de regresión jerárquica se encontró que la eficacia en el cálculo básico mostró una contribución específica y única a la variabilidad individual en la RPV que no fue observada para la eficacia lectora. Este hallazgo apoya la existencia de procesos cognitivos específicos desde lo numérico que subyacen al cálculo e influyen en la RPV. En este sentido, el procesamiento de la información de magnitud numérica parece jugar un rol determinante. Por otra parte, se constató que la contribución de la eficacia en el cálculo a la varianza en la RPV fue decreciendo a lo largo de la trayectoria escolar.

En el trabajo se discute la relevancia teórica y el impacto directo de estos resultados sobre elementos de la didáctica de la matemática, la intervención psicopedagógica y su implementación a través de la práctica profesional.

Palabras clave: competencia matemática, resolución de problemas, eficacia lectora, eficacia en el cálculo, longitudinal, predictores cognitivos, magnitud numérica.

2. Abstract

Problem solving is an essential part of mathematical competence since it significantly influences in student's academic performance, college enrollment, and adulthood outcomes. Previous studies suggest that mathematics and reading participate in word problem solving (WPS), but the nature of these developmental associations is not fully understood. The present work explored the relative influence of reading and calculation processes in WPS by conducting three retrospective longitudinal studies involving cohorts of students who started their primary school education in 2013, 2018 and 2019, respectively.

A significant association between reading and calculation fluency and, among them and WPS was found. This finding suggests common underlying mechanisms related to development of WPS. On the other hand, fluency on basic computations showed a specific and unique contribution to variability in WPS although this contribution decreased throughout the school trajectory.

The results are discussed on the light of their theoretical relevance and practical implications.

Keywords: mathematical competence, problem solving, reading fluency, calculation efficiency, longitudinal, cognitive predictors, numerical magnitude.

3. Agradecimientos

A los estudiantes que ingresaron a primaria del Colegio Stella Maris en los años 2013, 2018 y 2019, a sus docentes y al equipo de orientación educativa por su generosidad y disponibilidad para compartir sus experiencias.

A las maestras Mariela Pérez, Magdalena López, Ximena Silveira, Andrea García y a la profesora Adriana Pérez por su colaboración en la aplicación de propuestas de resolución de problemas. También agradezco muy especialmente a Leticia Angenscheidt, Adriana Acuña, Marión Figueras y a Gabriela Roca por acompañarme y apoyarme en la búsqueda de información y animarme en el recorrido realizado. Sin todas ellas no hubiera sido posible recabar y analizar la información necesaria para los estudios longitudinales. A Rossana Tessore que me ayudó con las traducciones.

También a los docentes y compañeros de la maestría en Intervención Psicopedagógica de la Universidad Católica con los que compartimos muchas horas de trabajo y de estudio.

Un cálido agradecimiento a mi querida tutora Vivian Reigosa, que además de enseñarme, de ser muy generosa con su saber y experticia, siempre me invitó a desafiarme y a soñar con la posibilidad de mejorar los aprendizajes en matemática.

Por último, a mis amigos y familia que siempre me apoyaron y me animaron en este emprendimiento, muy especialmente a mis tres queridas hijas, Maca, Agus y Cami, sin su apoyo incondicional, paciencia y confianza no hubiera sido posible realizar esta tesis.

4. Introducción

La competencia matemática es la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye razonar matemáticamente y utilizar procedimientos, herramientas, y hechos matemáticos para descubrir, explicar y predecir fenómenos. Esto ayuda a las personas a reconocer la presencia de las matemáticas en el mundo que le rodea, a emitir juicios y tomar buenas decisiones (OCDE, 2017 p. 62). La resolución de problemas es parte fundamental de la competencia matemática.

Hacia los 15 años un porcentaje sustancial de estudiantes no alcanza niveles aceptables en la resolución de problemas. En general, muestran una incorrecta aplicación de los conocimientos a las situaciones problemáticas y eligen estrategias en las que interviene el azar y no el razonamiento. También manifiestan una necesidad imperiosa de llegar a un resultado y eso es lo que más importa, mientras que, la iniciativa, la creatividad, la concentración y la asimilación de técnicas de base en la resolución de situaciones, son prácticamente inexistentes. Asimismo, la participación, la autoestima, la seguridad del estudiante y el gusto por la tarea habitualmente no intervienen (Fernández Bravo, 2006; Juidías & Rodríguez, 2007). Por tanto, se trata de uno de los conocimientos más inaccesibles para una gran parte de los estudiantes.

Alcanzar niveles adecuados de competencia para resolver problemas haciendo uso de la matemática no es solo un objetivo del currículo escolar, sino que influye significativamente en el desarrollo de los individuos en su vida cotidiana. Un bajo desempeño matemático repercute de forma negativa en la calidad de vida de las personas, tanto en la infancia como en la vida adulta (Singer, 2018). Así lo demuestran diversos estudios en los cuales se reporta que pobres habilidades en resolución de problemas se asocia con menores tasas de empleo a tiempo completo, mayores tasas de empleo en ocupaciones manuales de baja remuneración, frecuentes períodos de desempleo y una menor tasa de promoción dentro de las empresas en la vida adulta (Manzi et al, 2008; Parsons y Bynner, 2006)

Una parte importante de los problemas que necesitan de la matemática para su solución se plantean a través del lenguaje. Según Fuchs y Fuchs (2008) la competencia en la resolución de problemas verbales (a partir de ahora, RPV) implica dos componentes: uno específico al cálculo y otro relacionado con el procesamiento de la información lingüística (complejidad semántica y gramatical de las frases y el orden en que son presentadas, etc.) cuando el niño tiene que construir un modelo del problema que debe resolver. En línea con lo anterior, para Wong & Ho (2017) el componente de la RPV más relacionado con el

procesamiento lingüístico es el de construcción de “oraciones numéricas” a partir de un problema matemático presentado en formato verbal.

Hay que considerar que son diversos los factores que influyen a la hora de resolver problemas verbales, por ejemplo, los propios conocimientos sobre la matemática, las habilidades de cálculo, las habilidades verbales como lenguaje oral y escrito (LeFevre et al., 2010; Singer 2018) en cuanto sólo se podrá resolver un problema cuando se comprende. También hay que considerar las estrategias empleadas en la resolución de problemas.

Resultados de estudios recientes (Lin, 2020; Spencer & Fuchs, 2022) conducen a reflexionar sobre la necesidad de conocer cuáles son los precursores cognitivos involucrados en la RPV, la especificidad de sus roles, así como la variación de su influencia a lo largo de la trayectoria escolar. Este conocimiento puede ser relevante para la detección y estimulación temprana de la competencia en la RPV y para proveer apoyo a aquellos estudiantes que presenten una baja competencia en esta área y en la matemática en general.

Una revisión narrativa de los últimos diez años acerca de los predictores de la RPV en niños de inicial y primaria (Enrich & Reigosa, 2021), indica que el lenguaje oral y la memoria de trabajo fueron los procesos más frecuentemente estudiados en comparación con otros procesos cognitivos de dominio general y de dominio específico

Las habilidades lingüísticas tempranas parecen facilitar el desarrollo de la competencia matemática inicial, pero se vuelven menos relevantes conforme avanza la escolarización. Este aspecto pudiera estar explicando, al menos en parte, la existencia de resultados contradictorios al estudiar el papel predictivo de la alfabetización emergente en el rendimiento aritmético, ya que existen otros trabajos que no llegan a confirmar esta relación (Fuchs et al., 2006). Por ejemplo, los resultados de Swanson (2011) no parecen respaldar la noción de que el análisis fonológico ineficiente subyace en el pobre desempeño posterior en la resolución de problemas.

Otras investigaciones arrojan evidencia a favor de la relación existente, al inicio de la escolaridad, entre la memoria de trabajo y distintas habilidades académicas, incluida la Matemática (Alloway & Alloway, 2010). Los estudios realizados por Lee et al (2009) y Singer (2018) sustentan que la memoria de trabajo contribuye en los diferentes componentes de la resolución de problemas, tanto en la comprensión lectora del problema, como la representación mental del mismo, y la ejecución de la solución, o sea, la resolución algorítmica del cálculo.

Algunos estudios favorecen la implicancia de las funciones ejecutivas en la resolución de problemas aritméticos (Passolunghi & Pazzaglia, 2004; Espy et al., 2004), mientras que

otros autores no encuentran una relación clara entre ambos (St. Clair-Thompson & Gathercole, 2006).

A nivel de procesos cognitivos de dominio específico numérico, los estudios son muy escasos (Enrich & Reigosa 2021). Soto-Calvo et al. (2015) reportaron que la discriminación numérica aproximada en preescolar es un predictor del desempeño en la RPV posterior. Muy recientemente, Spencer et al. (2022) encontraron que la habilidad para establecer la correspondencia entre la magnitud numérica y los símbolos arábigos, así como la manipulación de la cantidad en conjuntos a través de la acción de agregar fue un mediador significativo para el desarrollo posterior de la RPV.

Un metaanálisis reciente (Lin, 2020) mostró que la comprensión del lenguaje oral, el razonamiento no verbal, la memoria de trabajo, la atención, el vocabulario matemático, el cálculo y la recuperación de hechos numéricos fueron predictores de la RPV, pero su influencia varió significativamente a lo largo de la trayectoria escolar. Hasta donde sabemos, este es el trabajo más sistemático que se ha realizado en torno al tema. Por razones metodológicas, en este metaanálisis no fue evaluado el rol de los procesos de decodificación y comprensión de la palabra escrita los cuales son componentes esenciales de la eficacia lectora. Es sabido que, en la medida en que los procesos relacionados con la decodificación lectora se automatizan ocurre un desarrollo cada vez mayor de la comprensión lectora. La habilidad para reconocer palabras tiene un efecto constante sobre la comprensión lectora en la medida que liberan recursos atencionales necesarios para mejorar la comprensión (Cuadro, 2015) En consecuencia, estos procesos deberían influir en la comprensión de los problemas verbales presentados en forma escrita, que es la modalidad más frecuentemente utilizada en clases.

Sería interesante comprobar si la eficacia lectora es un correlato que influye de manera específica y única en la habilidad para la RPV o si su influencia se debe al accionar de procesos cognitivos compartidos con la eficacia en el cálculo. Por otra parte, si bien se plantea que en la recuperación de hechos numéricos básicos (un componente fundamental de la eficacia del cálculo) subyacen procesos específicos a lo numérico (Spencer, 2020) sería interesante conocer acerca del peso relativo que dichos procesos tendrían en la RPV con relación a lo que aportan los procesos relacionados con la eficacia lectora. Probablemente el rol de la eficacia lectora y la eficacia del cálculo sea dinámico y cambié en función de las demandas propias de la RPV a lo largo de la trayectoria escolar. Hasta donde sabemos, no se han reportado evidencias sistemáticas que respondan estas cuestiones.

El presente estudio se propone explorar la dinámica que se establece entre la lectura y el cálculo en la RPV a lo largo de la escolarización mediante la realización de tres estudios

longitudinales retrospectivos¹ en los que participan tres cohortes de estudiantes que ingresaron a la educación primaria en los cursos 2013, 2018 y 2019. Aportar conocimiento en esta área tendría relevancia teórica y un impacto directo sobre la didáctica de la matemática, la intervención psicopedagógica y su implementación a través de la práctica profesional. Las evidencias obtenidas justifican poner el foco en el desarrollo de estos correlatos cognitivos en momentos específicos de la trayectoria escolar con el fin de contribuir a la adquisición y consolidación de la competencia en la RPV.

5. Marco teórico

Los problemas matemáticos verbales se definen como problemas presentados lingüísticamente, los cuales requieren que los estudiantes identifiquen la información relevante para responder a la pregunta presentada y realicen el o los cálculos necesarios para desarrollar una solución al problema (Powell et al., 2019; Wang et al., 2016, citado en Lin, 2020). A continuación, se presenta un ejemplo de problema verbal: Ana tenía 3 manzanas. Fue a la verdulería y compró 2 manzanas más. ¿Cuántas manzanas tiene ahora?

La investigación sobre la RPV tiene algo de historia. Los primeros estudios se realizan para examinar cómo niños y adultos resuelven este tipo de problemas. El foco estaba situado en estrategias y etapas en el procesamiento de la información para llegar a la solución. Por ejemplo, Riley y Greeno (1988) propusieron modelos cognitivos que explican cómo la posición del valor desconocido o incógnita, afecta la dificultad de los problemas verbales. En general, los problemas de valor desconocido al inicio resultan más difíciles porque los sujetos deben transformar el problema en una relación parte-todo antes poder descifrar el problema. Por otro lado, Mayer y Hegarty (1996) plantean que el proceso de RPV se puede dividir en cuatro etapas: traducción, integración, planificación y ejecución. Durante la etapa de traducción, el sujeto construye una representación mental de la situación tal como se describe en el problema. Posteriormente, en la etapa de integración, debe relacionar las diferentes piezas de información presentadas en el problema. Luego, deberá diseñar un plan (p. ej., elegir las operaciones correctas, colocar los números en la ecuación). Finalmente, en la etapa de ejecución, resolverá el problema realizando los cálculos requeridos, tal y como fue formulado. Tomemos como ejemplo el siguiente problema verbal: “María tiene \$8. Ella tiene \$2 más que

¹ El estudio longitudinal retrospectivo está diseñado para usar un conjunto de datos ya existente por lo que es menos costoso en tiempo con relación al prospectivo. Debe tenerse en cuenta que en el retrospectivo el investigador está limitado por las variables disponibles en el conjunto de datos de interés.

Ana. ¿Cuánto dinero tiene Ana?" Para resolver este problema, primero se necesita formar una representación mental de María y Ana y que María tiene \$8 y Ana tiene "algo de dinero". Luego se deben relacionar las cantidades que poseen María y Ana (etapa de integración: la cantidad que tiene María y la que tiene Ana) y se debe elaborar un plan para resolver el problema (etapa de planificación: $8 - 2 = ?$). Por último, se realiza el cálculo requerido (etapa de ejecución: $8 - 2 = 6$).

Sobre la base del modelo de cuatro etapas, Hegarty (Hegarty et al., 1992; Hegarty et al. 1995) identificaron dos estrategias principales en la RPV. El empleo de estas estrategias produce resultados particularmente diferentes cuando se resuelven problemas inconsistentes (por ejemplo, problemas que contienen la palabra "más", pero requieren el uso de la resta). Ambas estrategias parecen experimentar procesos similares durante la etapa de traducción, lo que se refleja en la cantidad similar de tiempo dedicado a la lectura inicial del problema (Hegarty et al., 1992). Sus diferencias radican principalmente en las etapas de integración y planificación. Al utilizar la estrategia de traducción directa, los sujetos traducen directamente los términos relacionales claves (por ejemplo, "más", "menos") en la operación aritmética correspondiente (es decir, "más" traducido a suma). Prestan más atención a los números y términos relacionales que a los nombres de las variables, lo que sugiere que traducen directamente estos números y términos relacionales en oraciones numéricas (Hegarty et al., 1992, 1995). En el caso de los problemas inconsistentes el uso de esta estrategia conduciría a una comprensión incompleta de la situación problemática y, por tanto, a errores en su solución. La estrategia basada en el modelo de problema implica que primero se construya una representación mental de la situación descrita en el problema antes de idear un plan para resolverlo. En este caso se necesita más tiempo para realizar las etapas de integración y planificación, y una dedicación de tiempo más equilibrada para analizar nombres de variables, números y términos relacionales. Esto sugiere que al utilizar esta estrategia los sujetos construyen activamente la situación del problema en su mente antes de concebir un plan para responder, lo cual puede explicar su mejor desempeño en la resolución de problemas inconsistentes (Hegarty et al., 1992, 1995).

El foco de la investigación sobre la RPV ha cambiado en las últimas décadas, ahora cae sobre las representaciones mentales y los procesos cognitivos involucrados en la RPV. Sin embargo, como se verá a continuación, los resultados no son concluyentes, o incluso, pueden ser contradictorios. Según Wong, una causa posible de las inconsistencias en los hallazgos es que no se estudian estos procesos tomando en consideración los componentes específicos de la RPV. Es muy probable que la implicancia de los procesos sea diferente según el componente de la RPV del cual se trate. Estos autores han indagado en el papel de determinados procesos cognitivos en el funcionamiento de dos componentes de la RPV:

i) la construcción de oraciones numéricas y ii) el cálculo aritmético. La construcción de oraciones numéricas se refiere al proceso mediante el cual se transcodifican las oraciones gramaticales que componen el problema en oraciones numéricas (es decir, “8–2” en el ejemplo anterior). Este componente implica procesos verbales para la construcción de las representaciones mentales correspondientes y juega un rol fundamental en las primeras tres etapas de la RPV, tal y como sugieren Mayer y Hegarty (1996). El cálculo aritmético parece jugar un rol más predominante en la etapa de ejecución según el mismo modelo.

5.1 - Los correlatos cognitivos de la Resolución de Problemas Verbales

A partir de la evidencia científica producida en los últimos años acerca de los predictores de la RPV en niños de inicial y primaria, se han identificado correlatos cognitivos que se pueden agrupar en dos categorías. Por una parte, los procesos cognitivos de dominio general se refieren a aquellas capacidades mentales globales que el ser humano utiliza para procesar información, como son el lenguaje, el razonamiento, la memoria, la atención, la velocidad de procesamiento y el procesamiento viso espacial (Butterworth y Reigosa, 2007). Por otra, los procesos cognitivos de dominio específico utilizan información particularmente relacionada con lo numérico, tal es el caso de la subitización, el procesamiento de magnitudes y la estimación numérica (Butterworth y Reigosa, 2007). Estos procesos de dominio específico se sustentan sobre redes neuronales funcionales de alta especialización en el procesamiento numérico que emergen muy temprano en el desarrollo (Estévez et al., 2016) y se involucran en la adquisición de determinados aprendizajes y no otros (Reigosa Crespo et al., 2013).

A continuación, se realiza una descripción resumida del estado de arte de la temática a través de los reportes de estudios longitudinales que se han publicado durante la última década (Enrich y Reigosa, 2021). Si bien la presente investigación sitúa el foco en los procesos cognitivos subyacentes en la eficacia lectora y del cálculo que, a su vez, se involucran en la RPV, esta actualización permitirá situar en contexto los resultados obtenidos y aportará un marco referencial general que es necesario para la interpretación de su alcance.

5.1.1 - Los procesos cognitivos de dominio general

Atención. En la revisión realizada por Enrich y Reigosa (2021), la atención fue identificada como un predictor de RPV en los estudios longitudinales realizados por Tolar et al. (2012) y Fuchs et al. (2016). Ambas investigaciones tienen en común las edades de los

niños tanto al iniciar el estudio como al finalizarlo, siendo evaluada la atención en 2do y 3er grado y el desempeño en RPV en 4to y 5to respectivamente. En esa misma línea, Spencer et al. (2022) encontraron una relación de causalidad entre conductas atencionales medidas en 1º grado y el cálculo y la RPV evaluados en 2º grado. Estos hallazgos son consistentes con los resultados del metaanálisis realizado por Lin (2020), quien encontró que la atención era un predictor de RPV en todos los grados de primaria. Sin embargo, otros estudios han fallado en reportar esta relación (Swanson, 2011; Martin et al., 2014; Gardner-Neblett et al., 2014, Cirino et al., 2018).

Razonamiento no verbal. Varios autores encontraron que el razonamiento no verbal resultó ser un predictor de la RPV en niños que cursaban entre 2º y 5º grado (Tolar et al., 2012; Fuchs et al., 2016; Wong & Ho, 2017). Sin embargo, Spencer et al. (2022) y Cirino et al. (2018) no pudieron demostrar esta relación en niños más pequeños. A la luz del metaanálisis de Lin (2020) esta discrepancia es previsible. El razonamiento no verbal fue un predictor significativo de la RPV únicamente en grados más avanzados (3º a 5º) lo cual, según la autora, pudiera explicarse como una consecuencia del incremento de la complejidad de los problemas matemáticos verbales en esos grados.

Habilidades viso espaciales. Zhang y Lin (2015) y Zhang et al. (2017), miden el efecto de la visualización espacial básica en niños de educación inicial y a partir de la evidencia hallada, llegan a la conclusión de que es un predictor de RPV en el último año de este nivel educativo. En ambas pruebas se midieron los aspectos más básicos de la percepción espacial que no implican la manipulación ni transformación espacial y por tanto distan del razonamiento no verbal más complejo. Lo anteriormente expuesto condice con los resultados encontrados en estudios previos que indican que el rol de la visualización espacial recae tanto en la realización del cálculo para resolver el problema verbal como en la construcción de una representación mental del problema que facilite su comprensión (Boonen et al., 2013).

Memoria de Trabajo. Durante la última década se ha estudiado sistemáticamente el papel de la memoria de trabajo en la RPV ya sea como un constructo general o a través de sus componentes. Entre los autores que han utilizado una medida general de memoria de trabajo se encuentran Zhang et al. (2017) y Fuchs et al. (2016). En ambos estudios la memoria de trabajo se comportó como un predictor único del desempeño en RPV en 4to grado. Esto coincide con los hallazgos de Lin (2020), quién logró determinar que la memoria de trabajo es un predictor único de RPV en estudiantes de 3ro a 5to grado. Sin embargo, Lee et al.

(2018), no llegan a la conclusión de que sea un predictor único en estudiantes de 9no grado, lo que es inconsistente tanto con el estudio de Lin (2020) como con estudios previos del mismo autor (Lee et al., 2004 citado en Lee et al., 2018).

Por otro lado, Spencer et al. (2021) reportaron que la memoria de trabajo es un predictor único en niños de 2do grado. Sí bien estos autores también tomaron a la memoria de trabajo como un constructo general, la prueba que utilizan es el subtest Counting Recall de la Working Memory Test Battery for Children (Pickering & Gathercole, 2001 citado en Spencer et al., 2021) el cual fue especialmente diseñado para medir el componente ejecutivo de la memoria de trabajo (Pickering, 2006). Este resultado es consistente con otros estudios (Ching & Nunes, 2017; Swanson, 2011), quienes encontraron que el componente ejecutivo central de la memoria de trabajo es un predictor del desempeño en RPV en 2do y 3er grado respectivamente al evaluar el rol de todos los componentes de la memoria de trabajo (Baddeley, 1986; Gathercole, 1998). A su vez, Swanson (2011) reportó que los resultados a nivel del bucle fonológico también predicen el desempeño en RPV en 3er grado lo cual es previsible dado que los problemas matemáticos se presentan generalmente en un formato de texto y la decodificación y comprensión del texto se basa en el sistema fonológico que incluye un almacenamiento de entrada fonológico basado en el habla y un proceso de ensayo o práctica (ver Baddeley, 1986).

En esta misma línea, Wong & Ho (2017) y Martin et al. (2014) llegaron a la conclusión de que es el componente verbal de la memoria de trabajo el que mejor predice el desempeño en RPV en 1ro y 2do grado. Por último, Soto-Calvo et al. (2015) y Cirino et al. (2018) evaluaron los efectos del componente visual de la memoria de trabajo en el desempeño en RPV en niños de preescolar y 1er grado respectivamente, alcanzando resultados dispares. Cirino et al. (2018) concluyó que el componente visual de la memoria de trabajo no es un predictor de RPV, lo que coincide con los resultados del resto de los estudios analizados. Sin embargo, en el estudio de Soto-Calvo et al. (2015) el componente visual de la memoria de trabajo sí fue un predictor del desempeño en RPV en niños de inicial. Analizando la medida de RPV que utilizaron estos autores, sale a la luz que utilizaron imágenes como apoyo gráfico de los problemas verbales propuestos, por lo que esto podría explicar por qué los niños, en este caso, dependieron más del componente visual de la memoria de trabajo.

Lenguaje oral. Para crear una representación del problema verbal, es necesario el procesamiento lingüístico de la información, (Fuchs et al., 2010). En línea con esta afirmación, Lin (2020) demostró que la comprensión del lenguaje, conceptualizada como la comprensión oral (tareas que requieren que los estudiantes comprendan frases o pasajes de forma oral) resultaron predictores significativos de la RPV en todos los grados de educación primaria.

Por otra parte, son varios los estudios que han tomado la conciencia fonológica como posible predictor de la RPV, pero sólo aquellos que se enfocaron en preescolar y 1er grado la encontraron como un predictor significativo. Esto podría verse explicado en el hecho de que los niños a esas edades recién están incursionando en el aprendizaje de la lectura, medio principal para acceder a los problemas verbales, el cuál recae en gran parte en la conciencia fonológica como prerrequisito universal (Cuadro, 2015). Cabe destacar que Zhang et al. (2015) no pudieron corroborar que la conciencia fonológica se comporta como un predictor significativo. En su estudio, las habilidades morfológicas fueron las que predijeron de forma significativa la RPV en los niños de Educación Inicial.

Velocidad de nominación. Swanson (2011) y Zhang et al. (2017) hallaron que la velocidad de nominación se comportó como un predictor único de la RPV en 3er y 4to grado. Si bien este es un proceso que tiene que ver con el lenguaje debido al rol del componente fonológico, debe tomarse en cuenta que también está implicada la velocidad de procesamiento (Georgiou et al., 2013). Estos hallazgos podrían estar relacionados con la fluidez de cálculo. Geary (2013 citado en Zhang et al., 2017) sugiere que la velocidad para recuperar datos aritméticos verbales de la memoria a largo plazo es clave para el componente de cálculo asociado a la RPV. El hecho de que no se haya encontrado que la velocidad de procesamiento (medida a través de estímulos visuales) sea un predictor significativo de la RPV en ninguno de los reportes que la estudiaron, aunado con los resultados anteriormente expuestos en velocidad de nominación, sugiere que la velocidad de procesamiento fonológico es el componente cognitivo más influyente sobre la RPV.

Decodificación lectora. La eficacia en la lectura se entiende como una habilidad compleja en la que influyen varios procesos, algunos de naturaleza específica y otros generales. No ha habido consenso en cuáles serían los componentes específicos de la eficacia en la lectura (Defior et al 2015). Para algunos autores la eficacia comprende los conceptos de velocidad y precisión (Fuchs et al, 2001) y para otros habría que incluir la prosodia y la expresividad (Defior et al, 2015).

La manera en que la eficacia en la lectura se desarrolla no está del todo determinada aún. Parece ser que se va produciendo durante los primeros años de escolarización de una forma gradual (Fuchs et al, 2001) empezando por la adquisición de las habilidades de decodificación, mejorando luego la velocidad y la automatización e incluyendo, además, los aspectos prosódicos de ritmo y entonación.

Spencer et al. (2021) y Swanson (2011) midieron la eficacia en la lectura en niños de 1er grado y la relacionaron con su desempeño en la RPV mientras cursaban en 2do y 3er

grado. Sin embargo, los resultados de ambos estudios son contradictorios. Mientras que el primero mostró el vínculo entre la eficacia en la lectura y la RPV, el segundo no la pudo confirmar. Esta inconsistencia podría ser explicada por el hecho de que la medida de RPV utilizada por Swanson et al. (2011) consistió en presentar los problemas verbales únicamente de forma oral, mientras que Spencer et al. (2021) lo hacen tanto en formato oral como escrito.

Por su parte, Wong & Ho (2017) reportaron que la precisión en lectura de palabras predijo el desempeño en RPV en segundo grado, específicamente a la hora de realizar el cálculo y no al tener que construir la oración numérica. La relación entre la lectura de palabras y el cálculo ha sido sugerida también en otros estudios los cuales explican esta asociación por el componente común de procesamiento fonológico (Hecht et al., 2001). Si el acceso a la información a través de la memoria a largo plazo no es eficiente o el niño no es sensible a la estructura fonémica del lenguaje humano, el proceso de recuperación y codificación de la información (ej. hechos numéricos básicos) estará afectado (Wong & Ho, 2017).

5.1.2 - Los procesos cognitivos de dominio específico

Procesamiento de la magnitud numérica en formato no simbólico. El Sistema Numérico Aproximado (SNA) es el responsable de manejar estas representaciones de la magnitud numérica que se caracterizan por ser icónicas, al estar vinculadas con el conjunto empírico de objetos (Wilkey & Ansari, 2019); además de ser aproximadas y codificarse en un formato analógico (Cantlon, Brannon, Carter & Pelphey, 2006). Las mismas se representan como una curva de activación gaussiana orientadas de izquierda a derecha y organizadas metafóricamente en una “línea numérica mental” (Wynn, 2002; Sella et al., 2018). Según Dehaene y Changeux (1993) esta línea numérica mental está estructurada en escala logarítmica, cuya distancia entre las representaciones es más comprimida para las numerosidades mayores, con curvas de activación y distribución similares para cada numerosidad. Las representaciones del SNA parecen ser, en un inicio, altamente ruidosas y su precisión va aumentando a través del desarrollo, la educación y la maduración cerebral (Halberda et al., 2012; Siegler & Booth, 2004).

El procesamiento de la magnitud numérica de los niños, o la capacidad para representar la información de magnitud de los estímulos numéricos (por ejemplo, comparar las magnitudes numéricas de conjuntos y convertir la información numérica simbólica en la correspondientes formas no simbólicas), ha recibido mucha atención por parte de la literatura sobre el aprendizaje de la matemática, con el entendimiento de que el procesamiento básico

de magnitud numérica sirve como base para desarrollar habilidades numéricas y matemáticas más complejas (De Smedt, Noël, Gilmore, & Ansari, 2013; Dehaene, 2009).

Recientemente, Soto-Calvo et al. (2015) reportaron que la discriminación aproximada de la magnitud numérica, medida a través de una tarea de comparación de conjuntos, fue un predictor del desempeño en problemas verbales simples de suma y resta en Educación Inicial. Mientras que Fuchs et al. (2016) encontraron que la estimación en la recta numérica también fue un predictor de RPV en 4to grado de primaria. En este sentido, la literatura previa sugiere que el dominio de la recta numérica mental facilitaría la RPV en los niños, al funcionar como una estrategia de representación visual, ayudando a los estudiantes a organizar las relaciones entre las variables en un problema verbal y generando una posible solución (Gonsalves y Krawec, 2014). Sin embargo, otros hallazgos recientes no sugieren una contribución significativa del SNA al desempeño en RPV (Ouyang et al., 2021). Sistemáticamente se ha observado la existencia de resultados contradictorios cuando se evalúa la relación entre el SNA y la RPV. Según Szkudlarek et al. (2017), esta situación subraya la complejidad de la interacción entre las habilidades numéricas simbólicas y no simbólicas durante los primeros años de escolaridad.

Procesamiento de la magnitud numérica en formato simbólico. La comparación de números arábigos es una tarea que involucra el procesamiento de la magnitud numérica en formato simbólico. Dos estudios longitudinales realizados en la última década para indagar acerca de la relación entre el procesamiento de magnitudes numéricas simbólicas y la RPV han mostrado también resultados divergentes. Martin et al. (2014) hallaron que, tanto la identificación de números arábigos como su comparación, resultaron ser predictores de las diferencias individuales en la RPV para 1º grado de primaria. Sin embargo, este resultado no pudo ser replicado por Cirino et al. (2018) quienes también utilizaron la comparación simbólica como variable predictora (incluso midiéndola con la misma prueba estandarizada) en el mismo grupo etario, y no encontraron que esta fuera una variable predictora del desempeño en la RPV. Sí bien este tema también ha generado resultados inconsistentes y es preciso que se continúe investigando, estudios previos han encontrado que la comparación simbólica en edades tempranas está asociada con el desempeño matemático posterior (ver metaanálisis de Lin, X. 2020). En este sentido, los niños más pequeños, recién están adquiriendo la capacidad de transcodificar números arábigos a su representación no simbólica, lo que podría explicar por qué la comparación simbólica es más sensible a explicar las diferencias individuales en este grupo etario (Sasanguie et al., 2013). Incluso Rousselle y Noël (2007 citado en Holloway y Ansari, 2009), demostraron que el desempeño de niños con dificultades de aprendizaje en la matemática realizando comparaciones simbólicas (no así

comparaciones no simbólicas) es menor en comparación con el desempeño de los niños con desarrollo típico.

Adquisición del conteo. El conteo es un proceso que, si bien necesita del lenguaje, tiene una finalidad estrictamente numérica en tanto permite entender el sentido de los números como portadores intrínsecos de la semántica de la magnitud o cardinalidad numérica. La adquisición de los principios de conteo: correspondencia uno a uno, orden estable, abstracción, irrelevancia del orden y cardinalidad, se encuentran muy relacionados con el desempeño en matemática a edades tempranas (LeFevre et al., 2006). Sin embargo, la asociación entre el conteo temprano y el posterior desempeño en RPV aún no está clara. En la última década cuatro estudios tomaron como variable predictora de la RPV el conocimiento de conteo en edades tempranas (Martin et al., 2014; Zhang & Lin, 2015; Ching & Nunes, 2017; Cirino et al., 2018), pero solo Cirino et al. (2018) encontró un resultado significativo.

Transcodificación analógico-arábigo / arábigo-analógica. El Modelo del Triple Código (Dehaene, 2003) postula que disponemos de tres códigos mentales para la representación de los números: 1) Un código verbal (fonológico y grafémico) este código es creado y manipulado por módulos verbales generales. Aunque sus relaciones con el sistema de procesamiento del lenguaje no han sido suficientemente aclaradas, ambos sistemas compartirían los mismos principios generales de procesamiento. Estas representaciones, que estarían sustentadas por la corteza perisilviana del hemisferio cerebral izquierdo, constituyen el código principal de acceso a los hechos aritméticos. 2) Un código visual arábigo, que permite manipular las cantidades numéricas espacialmente. En este nivel, la representación de un número es una lista ordenada de los dígitos que lo integran. Este código equivaldría a un código ideográfico, ya que cada símbolo representa una palabra y no una unidad fonológica (Cohen, Dehaene & Verstichel, 1994). Estaría sustentado por la corteza occipito-temporal ventral inferior de cada uno de los hemisferios cerebrales. 3) Un código analógico de la magnitud, en el que las magnitudes o cantidades asociadas con un numeral están analógicamente representadas como distribuciones locales de activación a lo largo de una línea numérica orientada (de izquierda a derecha), que obedece a la ley de Weber-Fechner (Restle, 1970; Spencer, 1989; Dehaene et al, 1990). Estas representaciones proporcionan conocimiento semántico acerca de las cantidades numéricas, incluyendo la proximidad o las relaciones de magnitud entre dos cantidades. Estarían sustentadas por la región parietal inferior de cada uno de los hemisferios cerebrales. El Código Analógico de Magnitud es el único que contiene información semántica acerca de los números. Cada manipulación mental

de un número requiere uno u otro código, lo que implica que la solución de una tarea puede requerir más de una transcodificación entre estos códigos.

El modelo de triple código distribuye las manipulaciones numéricas mentales en tres grupos, dependiendo del código mental requerido por cada una de ellas 1) La comprensión auditiva o escrita y la producción oral o escrita de los numerales verbales, el recuento verbal y los hechos aritméticos (tablas de sumar y de multiplicar) no son diferentes de las demás actividades verbales no numéricas, por lo que utilizarían el código verbal auditivo o escrito. 2) La comprensión y la producción de los numerales arábigos, los juicios de paridad y las operaciones multidígito utilizarían el código visual arábigo, ya que requieren el dominio de un sistema especializado de notación posicional que se disocia del lenguaje. 3) Las tareas de estimación, subitización, comparación de magnitudes y estimación aproximada de resultados utilizan el código analógico.

En los últimos años se han reportado varios estudios que apoyan la relación entre los procesos de transcodificación y la RPV. Spencer et al. (2021) reportaron que la transcodificación del SNA al sistema arábigo fue un predictor de RPV en niños de segundo grado. También fue un predictor de las habilidades de cálculo. Según Wong & Ho, (2017), esto tiene sentido ya que el cálculo, comparado, por ejemplo, con la construcción de la serie numérica, parece imponer mayores demandas del procesamiento numérico de la magnitud, siendo la asociación entre las dos formas de representación numérica, más que su comparación, lo que es más relevante en el desempeño de los niños en matemática. Asimismo, Wong & Ho (2017) reportaron que la transcodificación del sistema arábigo al SNA es también un predictor de RPV para niños del mismo grado (variable que definen como mapeo simbólico-no simbólico), sobre todo a la hora de realizar el o los cálculos para resolver el problema verbal.

Hechos numéricos básicos. Diversos modelos neuropsicológicos consideran que el procesamiento del cálculo corre a cargo de un sistema especializado que incluye un componente de procesamiento de los símbolos aritméticos, un almacén de representaciones de hechos numéricos básicos (HNB), por un lado, y de procedimientos aritméticos, por otro, así como determinados procesadores (Dansilio, 2008) Sin embargo, los modelos que han dado cuenta de estos datos están en desacuerdo por lo menos en dos aspectos fundamentales: la naturaleza de la representación de los números y la manera en la que los distintos componentes implicados se relacionan entre sí, bien de manera modular (McCloskey Caramazza y Basili, 1985; McCloskey, 1992) o interactiva (Dehaene, 1992); (Dehaene y Cohen, 1995).

Hasta hoy, el modelo más influyente es el Modelo de Triple Código que sostiene la existencia de dos rutas para el cálculo simple, es decir, para la construcción de hechos numéricos básicos (Dehaene y Cohen, 1997; Cohen y Dehaene, 2000). Una ruta directa o asemántica que transcodifica automáticamente, los numerales arábigos en numerales verbales. En esta ruta, la solución se activa automáticamente, a modo de una tarea de completamiento de oraciones, es la que utilizamos normalmente para el cálculo sobreaprendido (sumas y multiplicaciones de un solo dígito). En cambio, no es viable para las restantes operaciones. Disponemos, además, de una ruta indirecta o semántica, en la que los operandos se codifican como cantidades. Estas representaciones, que están sustentadas por la corteza parietal inferior de ambos hemisferios cerebrales, se pueden utilizar para el cálculo semántico. Los resultados de éste se pueden luego transferir desde la corteza parietal izquierda a la región perisilviana del mismo hemisferio cerebral, responsable del lenguaje, lo que permite verbalizarlos. Parece probable que en buena parte de las operaciones de cálculo utilicemos una combinación de ambas rutas. Dehaene y Cohen (1995) asumen que la multiplicación y la suma sencillas están automatizadas en nuestra memoria a largo plazo. En cambio, la resta, la división y las sumas complejas (con sumandos superiores al 10) no están automatizadas, por lo que requieren manipulación semántica de las cantidades numéricas y estrategias “back-up”, como contar. Este acceso al sistema analógico, o sea las representaciones mentales de las cantidades no es compartido con el procesamiento verbal.

Este modelo teórico permite explicar, que parte del procesamiento del cálculo no automatizado se realiza sin compromiso lingüístico, por tanto, hay parte del cálculo que se independiza de los aspectos verbales y no involucra la participación de procesos cognitivos que estarían implicados en la fluidez de lectura. También el modelo postula que los HNB están representados en forma de una red semántica específica, de la que pueden ser recuperados, a modo de una etiqueta, sin necesidad de llevar a cabo ningún procesamiento de cálculo, por tanto, Dehane (1992) afirma que los HNB están almacenados verbalmente y, por tanto, sólo se puede acceder a ellos mediante el código verbal. Dehane y Cohen explican esta disociación en términos de diferentes niveles de complejidad del procesamiento empleado en cada una de las cuatro operaciones básicas: la suma y la multiplicación se basan en la recuperación de hechos; la resta y la división se basan en el uso de estrategias back-up. Lin (2020) encuentra que los hechos numéricos son un predictor de RPV únicamente en grados iniciales (preescolar a 2do grado).

La relación entre la fluidez en la recuperación de los HNB y la RPV ha sido argumentada por los resultados de Spencer et al. (2021), mientras que Fuchs et al. (2016) y Tolar et al. (2012) no encontraron esta asociación. La discrepancia podría estar dada por la diferencia etaria de la muestra al momento de la evaluación final, ya que finalizaron sus

estudios cuando los niños están en 4to y 5to grado respectivamente, mientras que Spencer et al. (2021) lo realizó con niños de 2do grado. Estos resultados son consistentes con lo reportado en el metaanálisis realizado por Lin (2020) donde los HNB fueron predictores de RPV únicamente en grados iniciales (preescolar a 2do grado). Según la autora, dominar con fluidez las habilidades académicas básicas, como lo son los HNB, podría ser muy importante para los estudiantes de grados inferiores con el objetivo de liberar recursos cognitivos para destinarlos a la resolución de problemas más complejos (Geary et al. 2008). Este efecto perdería relevancia en grados superiores donde ya existe una automatización en la recuperación de estos HNB.

5.1.3 - La relación entre la eficacia en la lectura y en el cálculo

La eficacia lectora refiere a la lectura eficiente. La lectura fluida de los lectores expertos supone exactitud, rapidez y prosodia en el reconocimiento de palabras. La velocidad con que se lee, constituye una variable fundamental para el dominio de la habilidad lectora y resulta significativa para diferenciar buenos y malos lectores. En español, así como en otras lenguas llamadas transparentes, los niños con retraso lector, en particular de grados escolares superiores, decodifican con relativa exactitud, pero lo hacen con gran lentitud. (Cuadro, A. & Marín, J. 2007).

Las investigaciones desarrolladas en el dominio de la lectura, hasta el día de hoy, proporcionan información sobre cómo deben proceder las investigaciones para comprender los factores cognitivos que influyen de manera causal en el desarrollo de las habilidades de cálculo matemático. Ha habido mucho interés en descifrar el papel de los procesos fonológicos en las habilidades de lectura a nivel de palabra (Adams, 1990; Blachman, 1997; Brady & Shankweiler, 1991; Wagner, Torgesen & Rashotte, 1994). Los hallazgos de los estudios correlacionales longitudinales han hecho una contribución importante al consenso emergente de que ciertos tipos de procesamiento fonológico influyen causalmente en el crecimiento de las habilidades de lectura temprana y una de las principales causas de los desórdenes de lectura (Brady & Shankweiler, 1991; Wagner et al., 1997).

La eficacia en el cálculo se refiere a la capacidad de los estudiantes de resolver exitosamente, o sea, con precisión y velocidad, cálculos básicos, también llamados HNB o combinaciones numéricas básicas. La lentitud y los errores al calcular pueden significar dificultades persistentes para almacenar los cálculos o para evocarlos una vez que fueron almacenados. Se han planteado varios mecanismos que pudieran estar afectados. Algunas hipótesis sitúan el énfasis en los procesos fonológicos y la memoria de trabajo. Así, para

Dehaene y Cohen (1997) y Cohen y Dehaene, (2000), el déficit se encuentra en la ruta directa o asemántica que transcodifica automáticamente los números arábigos a un formato fonológico para las sumas y multiplicaciones. En línea con la hipótesis anterior, Geary et al., (2004) postulan un déficit en las habilidades fonológicas y la memoria de trabajo debido a un bajo nivel de activación de las representaciones fonéticas de las palabras familiares, incluidas las que nombran los números, cuando son codificadas en el bucle fonológico. Alternativamente, plantean una disrupción en la recuperación de los hechos numéricos debido a dificultades para inhibir el paso de información irrelevante a la memoria de trabajo por fallas del componente Ejecutivo Central en la memoria de trabajo. Una hipótesis alternativa a las anteriores plantea que el déficit estaría en el funcionamiento de los sistemas innatos de procesamiento numérico que permiten a los individuos representar magnitudes dado que los HNB se organizan en la memoria en términos de un principio que es exclusivo de los números: su magnitud o cardinalidad (Butterworth et al., 2001; Butterworth, 2008).

En cuanto a la relación entre la eficacia en el cálculo y la eficacia lectora, varios autores plantean que ambas competencias comparten mecanismos de naturaleza lingüística, en particular, los relacionados con el procesamiento de las representaciones fonológicas de los números en la memoria de trabajo y en la memoria semántica (Hecht et al., 2001; Kulak, 1993). Más recientemente, Spencer, Fuchs et al. (2022), han sugerido que, tanto la lectura como el cálculo comparten una habilidad relevante común relacionada con la formación de asociaciones entre estímulos visuales arbitrarios y conceptos de dominio específico (Fuchs, Geary, et al., 2016; Koponen et al., 2013; Koponen et al., 2020). Los autores arriban a esta conclusión a partir de constatar el papel mediador que tuvo la transcodificación de conjuntos de diferentes magnitudes en sus símbolos correspondientes (números arábigos) en la relación entre procesos cognitivos de dominio específico y general, así como en el desarrollo posterior alcanzado en lectura, cálculo y la RPV. Según estos autores, el proceso de transcodificación entre la representación mental de las magnitudes numéricas y los correspondientes números arábigos probablemente es una expresión de un proceso común multidimensional que aprovecha el conocimiento conceptual, la habilidad procedimental y la activación y recuperación eficiente de conceptos de la memoria.

Si bien existen avances importantes en la comprensión de la relación entre la eficacia del cálculo y la eficacia en la lectura, muy poco se conoce acerca de las particularidades de la dinámica que se produce entre ambas habilidades académicas durante la resolución de problemas numéricos en contextos verbales, y cómo fluctúa esta dinámica en función de las demandas cognitivas crecientes en la RPV a lo largo de la trayectoria escolar.

6 – Hipótesis

La eficacia en el cálculo básico y en la lectura son precursores de la competencia en la RPV. La contribución relativa de estos precursores cambia a lo largo de la escolarización en función de la demanda de la RPV.

7 - Objetivo general

Indagar, a través de tres estudios longitudinales retrospectivos, si la eficacia en la lectura y la eficacia en el cálculo básico son predictores de la variabilidad individual en la RPV en diferentes momentos de la trayectoria escolar.

7.1 - Objetivos específicos

- Evaluar la habilidad actual en la RPV en estudiantes de 3º y 4º grado de educación primaria y 3º de liceo del colegio Stella Maris.
- Recopilar los datos sobre la eficacia en la lectura y la eficacia en el cálculo básico de estos estudiantes cuando cursaban 2º grado de educación primaria en el colegio Stella Maris.
- Analizar la relación entre la eficacia lectora y la eficacia en el cálculo evaluadas cuando estos estudiantes cursaban 2º grado y la habilidad en la RPV mostrada por ellos en el grado actual.

8 - Materiales y método

En esta sección se describe la muestra, las técnicas utilizadas y el procedimiento llevado a cabo en los tres estudios longitudinales retrospectivos.

8.1 - Muestra

Participaron 204 estudiantes de los cuales 110 eran varones, distribuidos por cohortes tal y como se muestra en la Tabla 1. Todos provenían del colegio privado habilitado bilingüe Stella Maris en Montevideo.

Tabla 1

Descripción de las cohortes de los tres estudios longitudinales

| Estudio | Comienzo en Educación Primaria (año) | Grado actual | N (varones) | Edad en meses (Media/DE) | Intervalo T ₁ - T ₂ (en años) |
|---------|--------------------------------------|--------------|-------------|--------------------------|---|
| L1 | 2019 | 3º primaria | 70 (34) | 109 /3,7 | 1 |
| L2 | 2018 | 4º primaria | 59 (30) | 120/4,5 | 3 |
| L3 | 2013 | 3º liceo | 75 (46) | 181/3,7 | 7 |

Nota. L1, L2 y L3 se refiere a los seguimientos longitudinales de 1 año, 3 años y 7 años, respectivamente.

8.2 - Instrumentos utilizados en el T₁.

8.2.1 - Test de Eficacia en Cálculo Aritmético (TECA)

Es una prueba de cribado en la que los niños de 2º a 6º de Educación Primaria deben resolver cálculos aritméticos correspondientes a HNB. La prueba presenta tres escalas: Sumas (60 ítems), Restas (60 ítems) y Multiplicaciones (45 ítems). En 2º grado solo se aplican sumas y restas. El tiempo límite para las sumas y restas es de tres minutos. En cada ítem el estudiante debe realizar la cuenta y seleccionar la solución correcta entre cuatro posibilidades: una opción correcta y tres opciones incorrectas las cuales fueron diseñadas teniendo en cuenta los errores frecuentes observados en niños con dificultades en la adquisición de los HNB. Esta prueba se puede administrar en forma individual o colectiva (Singer, Cuadro & Von Hagen, 2014). Para L1 y L2 se tomaron como variables de análisis los

puntajes de sumas correctas y de restas correctas por separado. En el caso del L3 se tomó el puntaje total de sumas y restas correctas².

8.2.2 - Test de eficacia lectora (TECLE) adaptado

Es una prueba de cribado diseñada para evaluar la eficacia lectora a través de los principales procesos que se involucran en ella: la precisión y velocidad en la decodificación, la comprensión del significado de la oración y la administración de los recursos cognitivos (Marín y Carrillo, 1999). Está pensada para niños de 2º a 6º de Educación Primaria y fue adaptada para Uruguay (Cuadro, Costa, Trías & Ponce de León, 2009). Consiste en la presentación por escrito de 64 oraciones en las que falta la palabra final, seguidas por cuatro opciones de respuesta. El estudiante debe marcar la alternativa que completa correctamente cada oración descartando tres distractores que son otra palabra visualmente semejante pero no adecuada y dos no-palabras con semejanza fonológica y/o visual.

El tiempo de administración está limitado a cinco minutos y las respuestas posibles son: acierto (elige el correcto), error (elige un distractor) u omisión (no responde el ítem). La puntuación individual resulta de la suma de respuestas correctas que cada participante logra en los cinco minutos. Esta prueba se puede administrar en forma individual o grupal. Se tomó como variable para el análisis el puntaje total de respuestas correctas.

8.3 - Instrumento utilizado en el T₂

8.3.1 - Problemas Aplicados de la Batería III de Woodcock- Muñoz

Esta prueba fue administrada de forma grupal por las maestras y profesoras de cada grupo por grado. A cada participante se les entregó un cuadernillo con los problemas indicados según el grado que cursaban (Woodcock-Muñoz, 2005). En caso de no alcanzar el suelo y/o el techo en la ejecución, se le administraron otros problemas del subtest en sesiones adicionales hasta lograr determinar ambos parámetros en cada estudiante siguiendo las pautas establecidas por los autores del instrumento. No se estableció límite de tiempo para su realización. Las maestras y profesoras fueron entrenadas previamente y no leyeron los

² En la primera versión del TECA, que fue la aplicada en el L3, se calculaba un puntaje total de respuestas correctas sin discriminar por operación aritmética.

problemas a los estudiantes. Se tomó como variable para el análisis el puntaje de respuestas correctas.

8.4 - Procedimiento

Se realizaron tres seguimientos longitudinales retrospectivos. En cada estudio se recopiló la información existente sobre la eficacia lectora y del cálculo cuando los participantes cursaban 2º grado (T_1) y se evaluó su habilidad en la RPV (T_2).

Las pruebas correspondientes al T_1 fueron aplicadas en mayo del año que los estudiantes cursaban 2º grado de primaria, es decir en 2020, 2019 y 2014 para L1, L2 y L3, respectivamente. Los estudiantes estaban organizados en tres grupos (2º A, 2º B y 2º C). La evaluación se realizó de manera colectiva por psicopedagogas en el salón de clase de cada grupo con condiciones óptimas de iluminación y quietud.

La prueba correspondiente al T_2 fue administrada en el segundo semestre de 2021 mientras los estudiantes cursaban 3º de primaria (L1), 4º de primaria (L2) y 3º de liceo (L3). La aplicación del subtest Problemas Aplicados de la Batería III de Woodcock-Muñoz fue realizada de forma colectiva en el salón de clases de cada grupo con condiciones óptimas de iluminación y quietud.

8.5 - Análisis estadístico

Para cada seguimiento longitudinal (L1, L2 y L3) se realizaron los siguientes análisis: i) estadística descriptiva de todas las variables de análisis: variables predictoras (puntajes de respuestas correctas obtenidos en TECA y TECLE), y variable dependiente (puntaje total de respuestas correctas obtenido en el subtest Problemas Aplicados de la Batería III W-M), ii) correlaciones de Spearman entre todas las variables correspondientes al T_1 y T_2 ; iii) análisis de regresiones jerárquicas para determinar el valor predictivo único y específico de la eficacia del cálculo y de la lectura sobre las diferencias individuales en la habilidad para resolver problemas matemáticos verbales. Los análisis estadísticos se realizaron utilizando el paquete SPSS (Release 28.0.0, 2021).

9 - Resultados

Previamente se realizó una depuración de datos para detectar valores atípicos de la variable dependiente (RPV) en la data de L1, L2 y L3. También se testeó el supuesto de normalidad para todas las variables en los tres estudios. El p-valor asociado al contraste de

normalidad de Kolmogorov-Smirnov- Lilliefors fue $>0,05$ únicamente para las variables de TECA. Posteriormente, se realizó un análisis descriptivo del comportamiento de estas variables (Tabla 2). A través de un análisis de comparación de medias (bilateral) se encontraron diferencias entre L1 y L2 en todos los predictores, y entre L1 y L3 solamente en la eficacia lectora.

Tabla 2

Media y desviación estándar de las variables en los tres estudios longitudinales

| Variable | L1 | | L2 | | L3 | |
|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| | Media | DE | Media | DE | Media | DE |
| Problemas aplicados | 30,96 | 2,896 | 34,2 | 4,452 | 45,47 | 3,23 |
| Eficacia en lectura | 18,14 | 7,962 | 13,47 | 7,033 | 15,49 | 7,68 |
| Eficacia en cálculo (suma) | 26,84 | 7,564 | 23,2 | 7,233 | - | - |
| Eficacia en cálculo (resta) | 19,76 | 8,522 | 16,78 | 8,5 | - | - |
| Eficacia en cálculo (suma y resta) | - | - | - | - | 18,12 | 5,42 |

Con el fin de determinar el grado de asociación existente entre las variables medidas en el T_1 (predictores cognitivos) y en el T_2 (RPV) se realizó un análisis de correlación de Spearman (bilateral) debido a que el puntaje en la RPV y la eficacia en lectura no distribuyeron normal según test K-S.

En los tres estudios (L1, L2 y L3) el puntaje obtenido en la RPV correlacionó significativamente con los puntajes de eficacia en la lectura y en el cálculo. Entre estos últimos también se constató una asociación estadísticamente significativa siendo siempre más fuerte la correlación entre los puntajes de suma y resta con relación al resto de las correlaciones (tabla 3, 4 y 5).

Tabla 3

Correlaciones entre las variables predictoras (T_1) y la variable de resolución de problemas verbales (T_2) en el estudio L1

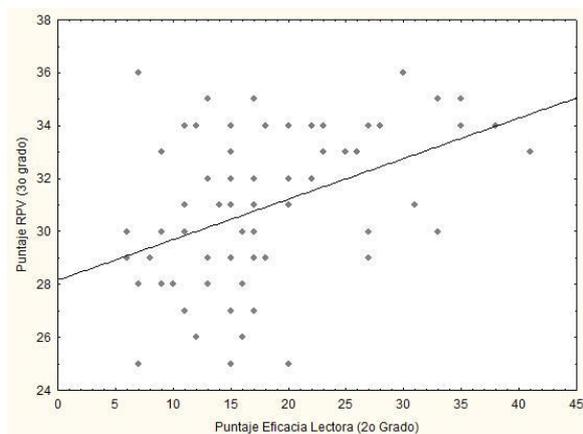
| | Variables | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|-----------------------------|---|---------|---------|---------|
| 1 | Problemas aplicados | 1 | ,41 *** | ,71 *** | ,61 *** |
| 2 | Eficacia en lectura | | 1 | ,50 *** | ,35 ** |
| 3 | Eficacia en cálculo (suma) | | | 1 | ,74 *** |
| 4 | Eficacia en cálculo (resta) | | | | 1 |

** $p < 0,01$ *** $p < 0,001$

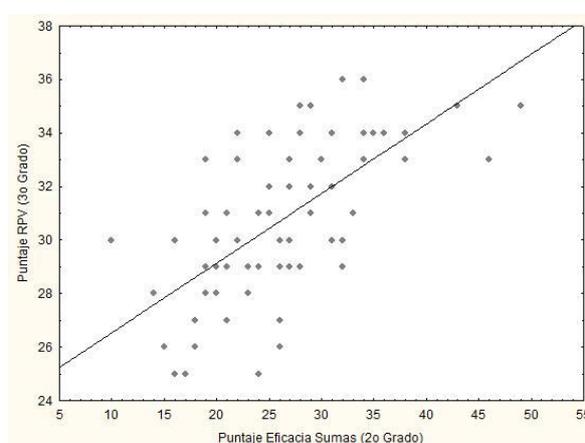
Figura 1

Relación entre la eficacia en la lectura y la habilidad de RPV (a) y entre la eficacia en el cálculo de sumas y la habilidad de RPV (b). Estudio L1

(a)



(b)



Nota. La figura 1 muestra las correlaciones entre los puntajes obtenidos en las pruebas de eficacia lectora (a) y de cálculo de sumas (b) y el puntaje en la RPV en el estudio L1. Nótese que los estudiantes que exhibieron mayor eficacia en la lectura y en el cálculo en 2º grado tendieron a una mejor realización de la prueba de RPV cuando cursaban 3º grado. En las figuras 2 y 3 se muestra el un comportamiento similar en los estudios L2 y L3.

Tabla 4

Correlaciones entre las variables predictoras (T_1) y la variable de RPV (T_2) en el estudio L2

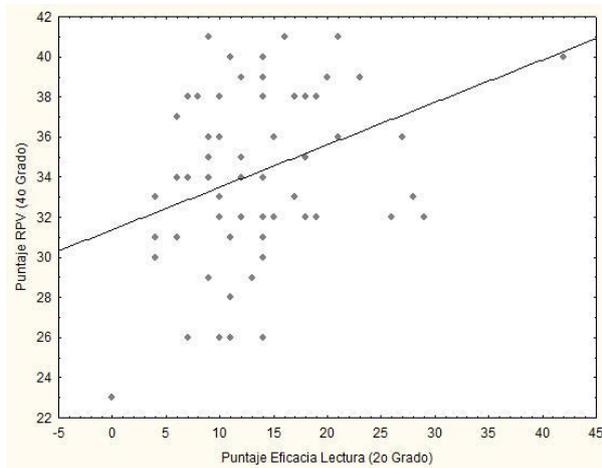
| | Variables | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|-----------------------------|---|-------|--------|--------|
| 1 | Problemas aplicados | 1 | ,33** | ,79*** | ,65*** |
| 2 | Eficacia en lectura | | 1 | ,53*** | ,52*** |
| 3 | Eficacia en cálculo (suma) | | | 1 | ,82*** |
| 4 | Eficacia en cálculo (resta) | | | | 1 |

** $p < 0,01$ *** $p < 0,001$

Figura 2

Relación entre la eficacia en la lectura y la habilidad de RPV (a) y entre la eficacia en el cálculo de sumas y la habilidad de RPV (b). Estudio L2

(a)



(b)

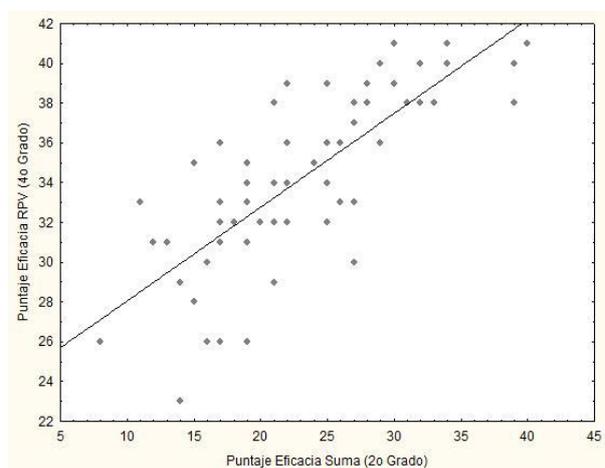


Tabla 5

Correlaciones entre las variables predictoras (T_1) y la variable de RPV (T_2) en el estudio L3

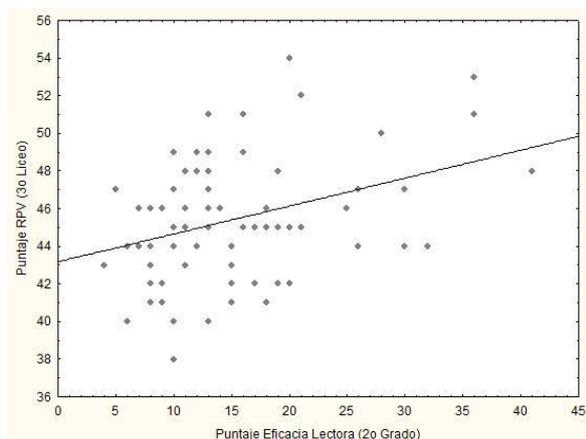
| Variables | 1 | 2 | 3 |
|-----------------------------------|---|-------|--------|
| 1 Problemas aplicados | 1 | .29 * | .45*** |
| 2 Eficacia lectura | | 1 | .39*** |
| 3 Eficacia cálculo (suma y resta) | | | 1 |

* $p < 0,05$ *** $p < 0,001$

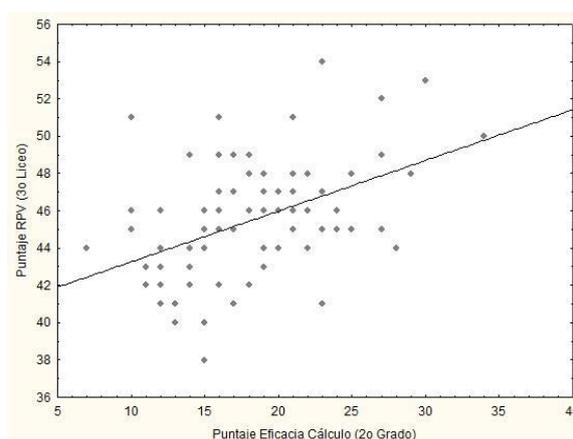
Figura 3

Relación entre la eficacia en la lectura y la habilidad de RPV (a) y entre la eficacia en el cálculo y la habilidad de RPV (b). Estudio L3

(a)



(b)



Análisis de regresión jerárquica. Se calcularon modelos de regresión jerárquica con el objetivo de testear si los predictores tempranos (la eficacia en la lectura y la eficacia en el cálculo) explicaban un porcentaje significativo de la variabilidad individual en la RPV evaluada a posteriori en diferentes intervalos de tiempo, según cada estudio longitudinal. Estos predictores fueron adicionados secuencialmente a los modelos en dos bloques, uno correspondiente a la eficacia en la lectura y el otro a la eficacia en suma y resta para L1 y L2, y a la eficacia total en el cálculo para L3. El orden de entrada de ambos bloques de variables en los modelos se intercambiaba sistemáticamente lo cual permitió testear la contribución única y específica de cada bloque a la varianza en el puntaje en la RPV controlando el efecto sobre dicha varianza del otro bloque de predictores. Se comprobó la existencia de no colinealidad entre las variables utilizadas en los modelos y una baja auto correlación de primer orden entre los residuos de las regresiones lineales estimadas (ver anexos 11.1 – 11.3).

En la tabla 6 se muestran los valores de beta estandarizada, ΔR^2 y significación del cambio en F obtenidos al ser introducidos los predictores en los modelos correspondientes a L1, L2 y L3, respectivamente. Nótese que los valores de la tabla 6 corresponden al modelo en el que se testea la contribución de uno de los bloques de predictores a la varianza en la RPV mientras está siendo controlado el efecto del otro bloque de predictores.

Tabla 6

Modelos de análisis de regresiones jerárquicas para L1, L2 y L3

| Predictores | Puntaje de RPV | | | | | | | | |
|---------------------------------------|-----------------|--------------|---------------|-----------------|--------------|---------------|-----------------|--------------|---------------|
| | L1 | | | L2 | | | L3 | | |
| | B (estándar) | ΔR^2 | F (cambio) | B (estándar) | ΔR^2 | F (cambio) | B (estándar) | ΔR^2 | F (cambio) |
| Eficacia en lectura | ,07 | ,003 | ,42 | -,07 | ,004 | ,57 | ,208 | ,04 | 3,50 |
| Eficacia en cálculo (suma y resta) | | ,313 | 19,9*** | | ,501 | 35,6*** | ,377 | ,12 | 11,52** |
| Eficacia en cálculo (suma) | ,41 | - | - | ,80 | - | - | - | - | - |
| Eficacia en cálculo (resta) | ,29 | - | - | ,01 | - | - | - | - | - |

** $p < 0.01$ *** $p < 0.001$

Como puede observarse, la eficacia lectora evaluada mientras los estudiantes cursaban 2º grado no mostró una contribución específica a la variabilidad individual en la habilidad para resolver problemas verbales en ninguno de los seguimientos longitudinales realizados. Por el contrario, la eficacia en el cálculo medida en 2º grado explicó de manera significativa el 31% de la variabilidad individual en la RPV en el estudio L1, el 50% en el L2 y el 12% en el L3. Nótese que, si bien la eficacia del cálculo hace una contribución específica y única a la habilidad en la RPV, dicha contribución se modifica durante la trayectoria escolar mostrando un incremento progresivo al comparar 3º y 4º de Primaria, para luego disminuir en 3º de Media Básica, pero sin perder significación estadística.

10 - Discusión

A través de tres estudios longitudinales retrospectivos, se constató sistemáticamente una asociación entre la eficacia en la lectura y la eficacia en el cálculo básico evaluadas cuando los participantes cursaban 2º grado; y, entre ambas habilidades y la RPV en los grados intermedios de primaria y media básica. Otros análisis confirmaron que la eficacia en el cálculo básico resultó ser un predictor específico de la variabilidad individual en la RPV al controlarse el efecto de la eficacia lectora. No se observó un comportamiento similar de la eficacia lectora sobre la RPV, una vez controlado el efecto de la eficacia en el cálculo, aun cuando los problemas matemáticos verbales fueron presentados en formato escrito y fueron leídos por los estudiantes para su resolución. También se constató que la contribución específica de la eficacia en el cálculo a la RPV no tuvo el mismo peso a lo largo de la trayectoria escolar. La eficacia en el cálculo medida tempranamente explicó entre 30% - 50% de la varianza en la RPV en los grados intermedios de primaria para después reducir significativamente su contribución a un 12% al final del ciclo básico de Educación Media.

La asociación encontrada entre la eficacia lectora y la eficacia en el cálculo fundamenta la hipótesis de la existencia de mecanismos cognitivos comunes que subyacen en el funcionamiento de ambas. Para Bryant, MacLean, Bradley & Crossland (1990) y Hetch (2001) esta asociación es explicada, al menos en parte, por el accionar de procesos lingüísticos básicos involucrados en el funcionamiento de la memoria de trabajo fonológica, el acceso a los códigos fonológicos en la memoria a largo plazo y la conciencia fonológica.

Varios autores han informado una asociación significativa entre la memoria de trabajo fonológica y las diferencias individuales en las habilidades de cálculo matemático (p. ej., Geary, Brown & Samaranayake, 1991; Stevenson, Parker, Wilkinson, Hegion, & Fish, 1976). La memoria fonológica es la responsable de la codificación y el almacenamiento temporal de representaciones basadas en sonidos y, a menudo, se la denomina bucle fonológico o articulatorio (Baddeley, 1986; Torgesen, 1996). Durante el cálculo, el niño primero debe convertir los términos y operadores del problema en un código verbal (Dehaene, 1992). En ese tiempo, el niño debe codificar y mantener representaciones fonológicas precisas de términos y operadores en la memoria fonológica, mientras opera simultáneamente con esa información seleccionando, implementando y monitoreando las estrategias utilizadas para resolver el problema (Brainerd, 1983; Bull & Johnson, 1997; Logie, Gilhooly & Wynn, 1994). Si el niño no cuenta con un repertorio de HNB para hallar la solución, se involucra en una estrategia reconstructiva basada en el conteo. En este caso, los sistemas fonológicos se activan cuando se ponen en juego los códigos verbales que representan los números durante el conteo (Geary, 1993; Logie & Baddeley, 1987) y el conteo requiere recursos ejecutivos de control central para operaciones tales como monitorear el número que se acaba de decir y el siguiente (Buchner, Steffens, Irmen & Wender, 1998; Healy & Nairne, 1985). De forma alternativa, cuando el niño ha desarrollado un repertorio de HNB recupera aquellos que necesita para la solución de un almacén en la memoria a largo plazo donde estos HNB están representados en formato fonológico (Geary et al., 1999; Siegler & Shipley, 1995). Cabe mencionar que la eficiencia de la memoria de trabajo fonológica influye en la capacidad para recuperar de forma rápida y precisa los HNB de la memoria a largo plazo. Asimismo, para almacenar HNB en la memoria a largo plazo es necesario que se formen previamente en la memoria de trabajo fonológica fuertes vínculos entre la representación verbal del cálculo a realizar y su solución correcta.

Se presume que los recursos de la memoria fonológica y su sistema ejecutivo central vinculados al cálculo también son utilizados para realizar tareas de conciencia fonológica. En ese sentido, es probable que las tareas de conciencia fonológica sean predictores sensibles de las diferencias individuales en las habilidades de cálculo matemático. De acuerdo con esta afirmación, Bryant, MacLean, Bradley & Crossland (1990) informaron correlaciones simples

significativas entre el desempeño en varias tareas de conciencia fonológica evaluadas cuando los niños tenían aproximadamente 55, 67 y 71 meses de edad y diferencias individuales posteriores en las habilidades de cálculo matemático cuando los niños tenían alrededor de 79 meses de edad.

Por otra parte, varios autores han encontrado que las dificultades de procesamiento fonológico predicen las habilidades numéricas tempranas (Bernabini et al., 2021) y la aparición de dificultades matemáticas (Hecht et al., 2001); y sugieren que el déficit en los procesos relacionados con la conciencia fonológica podría ser subyacente a ambos trastornos. En línea con lo anterior, Amlad et al (2021) plantean que una base común para la comorbilidad frecuente ambos trastornos pudiera ser la calidad de las representaciones fonológicas que es importante tanto para la lectura temprana como para la aritmética. Por su parte, Spencer et al. (2022) han planteado que los procesos numéricos básicos involucrados en el cálculo implican la facilidad de formar relaciones y la capacidad de recuperar de manera eficiente asociaciones arbitrarias de la memoria a largo plazo. Esta capacidad también es fundamental para la lectura de palabras, que se basa en el mapeo cognitivo de las representaciones simbólicas (es decir, la capacidad de adquirir el conocimiento de la correspondencia grafema-fonema) y recuperar palabras rápidamente (Ehri, 2013; Wolf et al., 1986)

En resumen, las evidencias presentadas sugieren que, si bien las habilidades de lectura y cálculo matemático requieren diferentes fuentes de conocimiento (por ejemplo, conocimiento del sonido de las letras versus conocimiento de los principios del conteo), existen procesos implicados en ambos dominios académicos que involucran operaciones mentales sobre representaciones basadas en sonidos. La asociación encontrada en el presente estudio entre la eficacia en lectura y en el cálculo sustenta esta afirmación. En esta misma línea, algunos autores han reportado sistemáticamente que los niños con dificultades en lectura y en matemática, con frecuencia muestran deficiencias en el procesamiento fonológico, mientras que los niños que solo tienen dificultades en matemáticas tienden a mostrar procesos fonológicos intactos (Geary, 1993; Rourke & Conway, 1997). Estas evidencias conducen a suponer que eficacia en la lectura alcanzada por los niños en edad escolar temprana no debe predecir de manera específica y única la habilidad en la RPV en grados posteriores lo cual coincide con los resultados obtenidos en esta investigación³.

³ Esta afirmación debe ser tomada con cautela dado que es escasa la evidencia acerca de los roles exactos de los procesos cognitivos en la RPV debido a que no se ha evaluado sistemáticamente si dichos correlatos predicen de manera diferenciada, por ejemplo, el proceso de construcción de oraciones numéricas o el proceso de cálculo en la RPV, dos componentes importantes de la RPV (Wong & Ho, 2017).

Al mismo tiempo, estos hallazgos sugieren que los procesos cognitivos de dominio específico para lo numérico que subyacen en la eficacia en el cálculo básico contribuyen de forma única y específica a la capacidad de resolver problemas matemáticos verbales a lo largo de la trayectoria escolar y, probablemente, estos procesos están más involucrados con el componente computacional de la RPV (Wong & Ho., 2017).

El modelo del triple código (Dehaene & Cohen, 1997; Cohen & Dehaene, 2000) brinda un marco teórico apropiado para explicar la naturaleza de los mecanismos numéricos específicos que sustentan al cálculo básico. Según este modelo, existe una ruta indirecta o semántica para el cálculo en la que los operandos se representan mentalmente como magnitudes numéricas. Por ejemplo, el cálculo de $15 - 12$ se iniciaría con la activación de la representación de la cantidad correspondiente a 15, que se iría disminuyendo unidad a unidad, hasta llegar a la cantidad 12, lo que implica que se ha hecho esa operación tres veces. Esta ruta semántica indirecta se utiliza siempre que no se dispongan de HNB que permitan resolver una operación de cálculo lo cual es muy frecuente durante los primeros grados de escolarización. Téngase en cuenta que la medición de la eficacia del cálculo básico se realizó cuando los participantes de los tres estudios longitudinales cursaban 2º grado de primaria. En la ruta semántica el compromiso lingüístico es mínimo, por tanto, es predecible que no esté influenciada por los componentes verbales. Existe también una ruta directa o asemántica en la que se transcodifica automáticamente, los numerales arábigos en numerales verbales (de $3 + 4$ a “tres más cuatro”) y es la que se utiliza para los HNB (sumas y multiplicaciones de un solo dígito). En los tres seguimientos longitudinales realizados las correlaciones entre la eficacia en la lectura y la suma tienden a ser más fuertes que entre la eficacia lectora y la resta. Los mecanismos cognitivos distintivos de ambas rutas descritos con anterioridad pudieran ser los responsables del comportamiento diferencial de estas asociaciones.

Parece probable que en buena parte de las operaciones de cálculo se haga uso de una combinación de ambas rutas. Así, en las sumas y multiplicaciones simples Dehaene y Cohen (1995) asumen que se utilizaría el código de magnitud numérica para guiar la recuperación de los hechos aritméticos por la ruta directa, cuando esa recuperación no se hace automáticamente. Por ejemplo, si no se logra activar el resultado de “seis más tres”, el código de magnitud puede reorganizar la operación como $3 + 6$, de forma que el código verbal (“tres más seis”) pueda ser activado. Los autores denominan este proceso “elaboración semántica”. Las correlaciones fuertes que fueron observadas entre los cálculos básicos de suma y resta en los tres estudios longitudinales realizados pudieran ser una expresión del funcionamiento de este mecanismo cognitivo.

Por otra parte, la ruta semántica puede ser útil para controlar la plausibilidad de un resultado recuperado por la vía directa (Ashcraft & Stazyk, 1981; Dehaene & Cohen, 1991).

En una publicación realizada en 1997, Dehaene y Cohen añaden al componente de representación analógica de magnitudes aproximadas (único que contiene información semántica sobre la cantidad numérica), diferentes tipos de información categorial exacta de cantidades numéricas, necesarias para la “elaboración semántica” (Dehaene & Cohen, 1997).

No sorprende entonces que uno de los correlatos cognitivos específicos del cálculo y la RPV que ha recibido mayor atención hasta hoy sea el procesamiento de la magnitud numérica, o la capacidad para representar la información de magnitud de los estímulos numéricos con el entendimiento de que el procesamiento básico de la magnitud numérica sirve como base para desarrollar habilidades numéricas y matemáticas más complejas (De Smedt, Noël, Gilmore, & Ansari, 2013; Dehaene & Cohen, 1992; Dehaene, 2009). Butterworth (2008) asume que se encontraría en un módulo específico y considera que es un proceso que tiene una función cognitiva propia, independiente de la memoria, el lenguaje o el conocimiento espacial.

Los investigadores tienden a estar en desacuerdo sobre cuál es la forma de representación de la magnitud numérica involucrada en nuestras habilidades matemáticas más complejas. Varios han sugerido que el procesamiento de magnitudes numéricas no simbólicas (la capacidad innata de representar y discriminar numerosidades, generalmente medidas mediante tareas de comparación de puntos) sirve como base de nuestras habilidades matemáticas de alto nivel (Halberda, Mazocco & Feigenson, 2008; Piazza et al, 2010), mientras que otros tienden a pensar que es la capacidad de mapear números simbólicos en representaciones de numerosidad no simbólica (generalmente medida mediante tareas de mapeo entre numerosidad no simbólica y números simbólicos) y nuestras habilidades de procesamiento numérico simbólico (generalmente evaluadas mediante tareas de comparación numérica) (De Smedt et al., 2013; Mundy & Gilmore, 2009; Sasanguie, Göbel, Moll, Smets & Reynvoet, 2013).

Recientemente, Schneider et al (2016) reportaron una correlación moderada y significativa entre la representación de magnitud numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético de los niños ($r=.281$), mientras que Orrantia & Muñoz, (2013) encontraron evidencias que vinculan la resolución de problemas verbales aritméticos con la construcción de simulaciones mentales basadas en una representación de magnitud numérica. Wong & Ho (2017) también reportaron que la capacidad de mapear números simbólicos en representaciones de numerosidad no simbólica en primer grado predijo significativamente la habilidad en la RPV tres años después.

Los resultados además confirman que, si bien la eficacia en el cálculo es un predictor específico y único del desarrollo de la competencia en la RPV, su implicancia va disminuyendo a lo largo de la trayectoria escolar. Este hallazgo concuerda con lo reportado

por Lin (2021) en su metaanálisis. A diferencia de los estudiantes más jóvenes, que dependen principalmente de las habilidades de cálculo (recuperación de HNB y cálculo matemático) para resolver problemas matemáticos verbales, en los estudiantes mayores cobra mayor importancia el uso del vocabulario y los cálculos matemáticos más complejos para la resolución de estos problemas. La fluidez en la recuperación de los hechos numéricos básicos podría ayudar a asignar eficientemente los recursos cognitivos para resolver problemas de mayor nivel de dificultad (Geary et al. 2008; Kim et al. 2011). La falta de familiaridad con los hechos numéricos conduciría a tener que utilizar más recursos cognitivos involucrados en el proceso de cálculo matemático, lo que resultaría en menos recursos cognitivos disponibles para los procesos de razonamiento y planificación en la RPV (Geary et al. 2008; Kim et al. 2011). Por otra parte, este resultado corrobora la importancia de una intervención temprana intensiva para lograr la fluidez en las sumas y restas de un solo dígito (Burns 2005).

Es importante señalar algunas limitaciones de esta investigación que deben ser consideradas a la hora de analizar el alcance de sus resultados. Por una parte, al tratarse de tres estudios longitudinales retrospectivos se contó con una data preestablecida y no fue posible incluir medidas repetidas de los predictores en diferentes momentos de la trayectoria escolar en cada seguimiento realizado, tampoco pudieron ser incluidos otros predictores de dominio general o específico que pudieran estar aportando a la RPV. Asimismo, el análisis de la trayectoria evolutiva en la dinámica de los predictores sobre la RPV se construyó a partir de muestras independientes y no en una muestra única con los mismos participantes.

Por otra parte, y no ya tratado como limitación sino como aporte futuro, se pretende realizar con los mismos participantes de los tres estudios longitudinales un análisis para determinar efectos cruzados en los mismos modelos estadísticos al tratar como variable dependiente la comprensión lectora posterior manteniendo los mismos predictores de los modelos acá presentados. Este análisis es de particular interés para determinar adicionalmente cómo las habilidades de lectura predicen el desarrollo general de las matemáticas; la relación entre las competencias matemáticas anteriores y los resultados de lectura posteriores; y si la magnitud de los efectos cruzados difiere entre dominios. Una comprensión más completa de las relaciones cruzadas proporcionará una idea de los factores que contribuyen a las relaciones entre las matemáticas y la lectura y una idea de los mecanismos cognitivos subyacentes a la comorbilidad de las dificultades en matemáticas y lectura para los estudiantes con dificultades. También permitirá conocer las variaciones de estos aspectos a lo largo de la trayectoria educativa. Sin embargo, pocas investigaciones han examinado los efectos cruzados entre las competencias tempranas en matemáticas y lectura y los resultados posteriores en lectura y matemáticas dentro de un solo modelo estadístico (Bailey et al., 2020; Erbeli et al., 2021; Geary, 2011; Spencer, 2021). Aún menos estudios

incluyen mediadores potenciales de relaciones conjuntas (por ejemplo, Fuchs, Geary, et al., 2016; Spencer, 2021). Y, hasta donde sabemos, no existen reportes que relacionen el comportamiento de estos mecanismos desde la perspectiva de las trayectorias evolutivas de aprendizaje en función de las demandas cognitivas y educativas. En otras palabras, la temática se encuentra en las etapas iniciales de comprensión de estas asociaciones compartidas y efectos cruzados.

Cabe resaltar que esta investigación es un ejemplo de la importancia de obtener información relevante a partir de datos que se han registrado de manera sistemática en un centro educativo durante años. Demuestra también la necesidad de recolectar evidencia del proceso de enseñanza y aprendizaje desde el propio centro para guiar las prácticas docentes y la intervención de las dificultades en el aprendizaje que presenten sus estudiantes. Se constituye, por tanto, como una contribución al enfoque de la educación basada en la evidencia. Un desafío impostergable del siglo XXI.

11 - Conclusiones

La eficacia en el cálculo básico y en la lectura son habilidades que están significativamente asociadas al desarrollo de la competencia en la RPV. Este es un resultado que confirma lo reportado por numerosos estudios previos. Este comportamiento se debe a que ambas medidas de eficacia parecen compartir mecanismos cognitivos comunes que son relevantes a la RPV. Con relación a estos mecanismos se han planteado algunas hipótesis. Una de ellas sitúa el énfasis en el rol del procesamiento de las representaciones fonológicas de los símbolos que denotan los números durante el cálculo básico. Otra plantea la existencia de un mecanismo relevante común relacionado con la formación de asociaciones entre estímulos arbitrarios y conceptos de dominio específico (mapeo de las representaciones de la magnitud numérica y sus correspondientes símbolos numéricos, en el caso de la aritmética, y mapeo de las representaciones fonológicas y sus correspondientes grafemas, para la lectura).

La eficacia en el cálculo básico explicó de forma única y específica la variabilidad individual de la competencia en la RPV en los niveles intermedios de educación primaria y media básica. Este comportamiento parece reflejar la contribución de mecanismos cognitivos específicos a lo numérico siendo uno de los candidatos más relevantes el procesamiento de la magnitud numérica, o la capacidad para representar la información de magnitud de los estímulos numéricos con el entendimiento de que el procesamiento básico de la magnitud numérica sirve como base para desarrollar habilidades matemáticas más complejas como es el caso de la RPV. Hasta el día de hoy, no se ha estudiado de manera sistemática la conexión

entre la RPV y la representación de magnitud numérica. Los resultados de esta investigación confirman la necesidad de profundizar en el conocimiento de los mecanismos cognitivos nucleares específicamente numéricos involucrados en el desarrollo de RPV y en la dinámica que se produce con otros procesos cognitivos de dominio general como lo son el lenguaje escrito, la atención, la memoria, etc., siguiendo un enfoque de trayectorias evolutivas.

Otra evidencia importante aportada por esta investigación fue constatar que la contribución de la eficacia en el cálculo a la competencia en la RPV tuvo diferente peso a lo largo de la trayectoria de desarrollo de la RPV. Hasta donde sabemos, solo existen dos estudios que han analizado el comportamiento de los precursores de la RPV en diferentes momentos de la trayectoria educativa (Swanson, 2004; Lin, 2020).

Profundizar en el conocimiento acerca de la dinámica que se produce entre la eficacia lectora y del cálculo en el desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos verbales desde una perspectiva evolutiva, provee una mirada conceptual muy necesaria para la enseñanza de la matemática y la atención a las dificultades en su aprendizaje. La frecuente coexistencia de estas dificultades con los problemas en el aprendizaje del lenguaje escrito aporta mayor relevancia práctica a los resultados de esta investigación.

12 - Bibliografía - Referencias

- Adams, C. (1990) *A Prospective Study of the Relationship between Specific Language Impairment, Phonological Disorders and Reading Retardation*.
<https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.1990.tb00844.x>
- Alloway, T& Alloway R. (2010) *Investigating the predictive roles of working memory and IQ in academic attainment*. *Exp Child Psychol*
- Andersson, U. (2007). *The contribution of working memory to children's mathematical word problem solving*. *Applied Cognitive Psychology: The Official Journal of the Society for Applied Research in Memory and Cognition*, 21(9), 1201-1216
- Ashcraft, M. H., & Stazyk, E. H. (1981). *Mental addition: A test of three verification models*. *Memory & Cognition*, 9(2), 185–196. <https://doi.org/10.3758/BF03202334>
- Baddeley, A., Logie, R. & Bressi, S. (1986) *Dementia and Working Memory*
<https://doi.org/10.1080/14640748608401616>
- Baddeley, A. D., & Logie, R. H. (1999). *Working memory: The multiple-component model*. In A. Miyake & P. Shah (Eds.), *Models of working memory: Mechanisms of active maintenance and executive control*. Cambridge University Press.
<https://doi.org/10.1017/CBO9781139174909.005>
- Bailey-Moreno, J. (2020) *Motivación y concepciones que alumnos de educación básica atribuyen a su rendimiento académico en matemáticas*
<https://doi.org/10.12795/revistafuentes.2020.v22.i1.10>
- Bjork, C & Bowyer-Crane, (2013) *Cognitive skills used to solve mathematical word problems and numerical operations: A study of 6-to 7-year-old children*. *European journal of psychology of education*,
- Blachman, B. A. (2000). *Phonological awareness*. In M. L. Kamil, P. B. Mosenthal, P. D. Pearson, & R. Barr (Eds.), *Handbook of reading research*, Vol. 3, pp. 483–502). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

- Bernabini L, Bonifacci P, de Jong PF. The Relationship of Reading Abilities With the Underlying Cognitive Skills of Math: A Dimensional Approach. *Front Psychol.* 2021 Feb 25;12:577488. doi: 10.3389/fpsyg.2021.577488. PMID: 33716850; PMCID: PMC7946841.
- Boonen, A. J. H., van der Schoot, M., van Wesel, F., de Vries, M. H., & Jolles, J. (2013). *What underlies successful word problem solving? A path analysis in sixth grade students.* *Contemporary Educational Psychology*, 38(3), 271–279
- Brady, S. & Shankweiler, D. (1991) *Phonological processes in literacy: A tribute to Isabelle y Liberman.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Brainerd, Ch. (1983) *Young Children's Mental Arithmetic Errors: A Working-Memory Analysis.* *Child Development.* Vol. 54, No. 4 (Aug., 1983), pp. 812-830 (19 pages)
- Bryant, MacLean, Bradley & Crossland (1990) *Rhyme, Language, and Children's Reading Applied Psycholinguistics* 11(03):237 – 252 DOI:10.1017/S0142716400008870
- Buchner, A., Steffens, M. C., Irmen, L., & Wender, K. F. (1998). *Irrelevant auditory material affects counting.* *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 24(1), 48–67. <https://doi.org/10.1037/0278-7393.24.1.48>
- Bull, R., & Johnston, R. S. (1997). *Children's arithmetic difficulties: Contributions from processing speed, item identification, and short-term memory.* *Journal of Experimental Child Psychology*, 65, 1-24.
- Burns, M. K. (2005). *Using incremental rehearsal to increase fluency of single-digit multiplication facts with children identified as learning disabled in mathematics computation.* *Education and Treatment of Children*, 28(3).237-239
- Butterworth B, Zorzi M, Girelli L & Jonckheere AR (2001). *Storage and retrieval of addition facts: The role of number comparison.* *The Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A*.54(4):1005-1029. doi:10.1080/713756007

- Butterworth, B., & Reigosa, V. (2007). *Information processing deficits in dyscalculia*. In D. B. Berch & M. M. M. Mazocco (Eds.), *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities* (pp. 65–81). Paul H. Brookes Publishing Co.
- Butterworth, B. (2008) *Developmental dyscalculia*. En J.Reed, Warner Rgers (Eds) Child neuro-psychology: Concepts, Theory and Practice (pp.358-373) London Wiley y Sons
- Bynner, J & Parsons, S. (2006) Does numeracy matter more NRDC: London.
- Cantlon, J., Brannon, E., Carter, E. & Pelphey, K. (2006) *Functional Imaging of Numerical Processing in Adults and 4-y-Old Children*
<https://doi.org/10.1371/journal.pbio.0040125>
- Cirino, P. T., Child, A. E., & Macdonald, K. T. (2018). *Longitudinal predictors of the overlap between reading and math skills*. *Contemporary Educational Psychology*, 54, 99-111.
- Cohen, L., Dehaene, S., & Verstichel, P. (1994). *Number words and number non-words: A case of deep dyslexia extending to arabic numerals*. *Brain: A Journal of Neurology*, 117(2), 267–279. <https://doi.org/10.1093/brain/117.2.267>
- Cohen & Dehaene (2000) *Calculating without Reading* Comments on Cohen and Dehaene (2000) Agnesa Pillon y Mauro Pesenti Pages 275-284 | Published online: 10 Sep 2010 <https://doi.org/10.1080/02643290042000143>
- Cuadro, A. & Marín, J. (2007) *Subtipos de lectores retrasados en español*. *Ciencias Psicológicas*, 1 (2) 133-148
- Cuadro, A., Costa, D., Trías, D. & Ponce de León, P. (2009) *Test de eficacia lectora (TECLE)*. Montevideo, Uruguay: Grupo magro editores.
- Cuadro, A. (2015). *La lectura y sus dificultades*. Grupo Magro Editores
- Cuadro, A & Costa, D. (2020). *Test de eficacia lectora revisado (TECLE)*. Montevideo, Uruguay: Grupo magro editores.

- Dansilio, S (2008). *Los trastornos del cálculo y el procesamiento del número: Discalculais – Acalculias*. Prensa Médica Latinoamericana. Montevideo
- De Smedt, Noël, Gilmore, & Ansari, (2013) *How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior*. Trends in Neuroscience and Education 2:48-55.
- Defior, S. et al (2015) *Dificultades específicas de aprendizaje*. Editorial Síntesis. Madrid
- Dehaene, S. (1989). *The psychophysics of numerical comparison: A reexamination of apparently incompatible data*. Perception & Psychophysics, 45(6), 557–566. <https://doi.org/10.3758/BF03208063>
- Dehaene, S., Dupoux, E., & Mehler, J. (1990). *Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison*. Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 16(3), 626–641. <https://doi.org/10.1037/0096-1523.16.3.626>
- Dehane & Cohen (1991) *Two mental calculation systems: A case study of severe acalculia with preserved approximation* [https://doi.org/10.1016/0028-3932\(91\)90076-K](https://doi.org/10.1016/0028-3932(91)90076-K)
- Dehane & Cohen, (1992) *Cognition* Volume 44, Issues 1–2, 1992, Pages 1-42 *Varieties of numerical Abilities* [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90049-N](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-N) Get rights and content
- Dehaene, S.& Changeux, J., (1993) *Development of Elementary Numerical Abilities: A Neuronal Model*. Journal of Cognitive Neuroscience 5 (4): 390–407.
- Dehaene & Cohen (1995). *Neurocase. Behavior, Cognition and Neuroscience Volume 1, 1995 - Issue 2. Number processing in pure alexia: The effect of hemispheric asymmetries and task demands* <https://doi.org/10.1080/13554799508402356>
- Dehaene & Cohen, (1997) *Cortex* Volume 33, Issue 2, Pages 219-250. *Cerebral Pathways for Calculation: Double Dissociation between Rote Verbal and*

Quantitative Knowledge of Arithmetic. [https://doi.org/10.1016/S0010-9452\(08\)70002-9](https://doi.org/10.1016/S0010-9452(08)70002-9)

Dehaene, S. (2003) *The neural basis of the Weber–Fechner law: a logarithmic mental number line.* [https://doi.org/10.1016/S1364-6613\(03\)00055-X](https://doi.org/10.1016/S1364-6613(03)00055-X)

Dehaene, S. (2009). *Reading in the Brain: The New Science of How We Read.* New York: Penguin + 388 pp. ISBN: 978-0-14-311805-3

Ehri, C. (2013) *Orthographic Mapping in the Acquisition of Sight Word Reading, Spelling Memory, and Vocabulary Learning* <https://doi.org/10.1080/10888438.2013.819356>

Enrich & Reigosa, (2021) *Precursores cognitivos de la resolución de problemas verbales: una revisión narrativa de estudios longitudinales.* Ucu.Uruguay

Erbeli, F et al (2020) *Developmental dynamics between reading and math in elementary School* <https://doi.org/10.1111/desc.13004>

Espy, K et al (2004) *Using Path Analysis to Understand Executive Function Organization in Preschool Children.* *Developmental Neuro psychology* Volume 26, Issue 1

Estévez Pérez, N., Alemán Gómez, Y., Mosquera Suárez, R., Recio Morales, B., Rodríguez Cápiro, M., Marine Isangue, R., López Inguanzo, J.M., Valdés Sosa, M. & Reigosa Crespo, V., (2016) *A study of Intraparietal Sulcus' morphometric properties in children with Developmental Dyscalculia exhibiting significant subitizing deficits.* *Revista de Neuropsicología, Neuropsiquiatría y Neurociencias.* 16, 3, 53-74.

Fernández Bravo, J. (2006) *Algo sobre resolución de problemas matemáticos en educación primaria.* *Sigma*, 29, 29-42.

Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J. D., & Hamlett, C. (2005). *The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty.* *Journal of Educational Psychology*, 97, 493–513. doi:10.1037/0022-0663.97.3.493

Fuchs LS, Fuchs D, Compton DL, Powell SR, Seethaler PM, Capizzi AM, et al. (2006). *The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and*

arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98:29–43.
doi:10.1037/0022-0663.98.1.29

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Stuebing, K., Fletcher, J. M., Hamlett, C. L., & Lambert, W. (2008). *Problem solving and computational skill: Are they shared or distinct aspects of mathematical cognition*. *Journal of Educational Psychology*, 100, 30–47.
doi:10.1037/0022-0663.100.1.30

Fuchs, L. S., Geary, D. C., Compton, D. L., Fuchs, D., Hamlett, C. L., & Bryant, J. D. (2010). *The Contributions of Numerosity and Domain-General Abilities to School Readiness*. *Child Development*, 81(5), 1520–1533. doi:10.1111/j.1467-8624.2010.01489.

Fuchs, L. S., Gilbert, J. K., Powell, S. R., Cirino, P. T., Fuchs, D., Hamlett, C. L., Seethaler, P. M., & Tolar, T. D. (2016). *The role of cognitive processes, foundational math skill, and calculation accuracy and fluency in word-problem solving versus prealgebraic knowledge*. *Developmental Psychology*, 52(12), 2085–2098.
<https://doi.org/10.1037/dev0000227>

Fuchs, L. S., Gilbert, J. K., Fuchs, D., Seethaler, P. M., & N. Martin, B. (2018). *Text comprehension and oral language as predictors of word-problem solving: Insights into 39 word-problem solving as a form of text comprehension*. *Scientific Studies of Reading*, 22(2), 152-166.

Gardner, N., Nebletta, J. (2014) *Linking preschool language and sustained attention with adolescent achievement through classroom self-reliance* *Journal of Applied Developmental Psychology*

Geary, D. C., Brown, S. C., & Samaranayake, V. A. (1991). *Cognitive addition: A short longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children*. *Developmental Psychology*, 27(5), 787–797. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.27.5.787>

Geary, D.C. (1993). *Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components*. *Psychological Bulletin*, 114(2), 345–362. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.114.2.345>

- Geary, D.C., Hoard, M. & Hamson, O. (1999) *Numerical and Arithmetical Cognition: Patterns of Functions and Deficits in Children at Risk for a Mathematical Disability*
<https://doi.org/10.1006/jecp.1999.2515>
- Geary, D.C, Hoard MK, Byrd-Craven J & DeSoto MC. (2004) *Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability*. *J Exp Child Psychol* Jun;88(2):121-51
- Geary, D.C., Boykin, A. W., Embretson, S., Reyna, V., Siegler, R., Berch, D. B., & Graban, J. (2008). *Report of the task group on learning processes*. The final report of the National Mathematics Advisory Panel, 4-1.
- Geary, D.C, (2011) *Consequences, Characteristics, and Causes of Mathematical Learning Disabilities and Persistent Low Achievement in Mathematics* *Journal of Developmental & Behavioral Pediatrics*: doi: 10.1097/DBP.0b013e318209edef
- Georgiou, G. K., Tziraki, N., Manolitsis, G., & Fella, A. (2013). *Is rapid automatized naming related to reading and mathematics for the same reason(s)? A follow-up study from kindergarten to Grade 1*. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(3), 481–496. doi: 10.1016/j.jecp.2013.01.004
- Gonsalves, N., & Krawec, J. (2014). *Using Number Lines to Solve Math Word Problems: A Strategy for Students with Learning Disabilities*. *Learning Disabilities Research & Practice*, 29(4), 160–170. doi:10.1111/ldrp.12042
- Ching, B. H.-H., & Nunes, T. (2017). *The importance of additive reasoning in children's mathematical achievement: A longitudinal study*. *Journal of Educational Psychology*, 109(4), 477–508. <https://doi.org/10.1037/edu0000154>
- Halberda, Mazzocco y Feigenson, (2008) Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement *Nature* 455(7213):665-8
DOI:10.1038/nature07246

- Halbedra, J., Ryan, L., Wilmer, J. & Naiman, D., (2012) *Number sense across the lifespan as revealed by a massive Internet-based simple*. Edited by Randy Gallistel, Rutgers University, Piscataway, NJ <https://doi.org/10.1073/pnas.1200196109>
- Healy, A. F., & Nairne, J. S. (1985). *Short-term memory processes in counting*. *Cognitive Psychology*, 17(4), 417–444. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(85\)90015-5](https://doi.org/10.1016/0010-0285(85)90015-5)
- Hegarty, M., Mayer, R. E., & Green, C. E. (1992). *Comprehension of arithmetic word problems: Evidence from students' eye fixations*. *Journal of Educational Psychology*, 84(1), 76–84. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.84.1.76>
- Hegarty, M., Mayer, R. E., & Monk, C. A. (1995). *Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers*. *Journal of Educational Psychology*, 87(1), 18–32. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.87.1.18>
- Hetch, S. A., Torgesen, J. K., Wagner, R. K., & Rashotte, C. A. (2001). *The Relations between Phonological Processing Abilities and Emerging Individual Differences in Mathematical Computation Skills: A Longitudinal Study from Second to Fifth Grades*. *Journal of Experimental Child Psychology*, 79(2), 192–227. doi:10.1006/jecp.2000.2586
- Holloway, I. D., & Ansari, D. (2009). *Mapping numerical magnitudes onto symbols: The numerical distance effect and individual differences in children's mathematics achievement*. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(1), 17–29. doi: 10.1016/j.jecp.2008.04.001
- Juidías, J. & Rodríguez, I. (2007) *Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos*. *Revista de Educación*, 342, 257-286
- Kim, Y. S., Wagner, R. K., & Foster, E. (2011). *Relations among oral reading fluency, silent reading fluency, and reading comprehension: A latent variable study of first-grade readers*. *Scientific Studies of Reading*, 15(4), 338–362. <https://doi.org/10.1080/10888438.2010.493964>.

- Koponen, T., Salmi, P., Eklund, K., & Aro, T. (2013). *Counting and RAN: Predictors of arithmetic calculation and reading fluency*. *Journal of Educational Psychology*, 105(1), 162–175. <https://doi.org/10.1037/a0029285>
- Koponen, T. Eklund, R., Fuchs, L & Fuchs, (2020) *Cognitive Correlates of the Covariance in Reading and Arithmetic Fluency: Importance of Serial Retrieval Fluency*. <https://doi.org/10.1111/cdev.13287>
- Kulak, A. (1993) *Parallels Between Math and Reading Disability: Common Issues and Approaches* Research Article Find in PubMed <https://doi.org/10.1177/002221949302601004>
- Kyttälä, M., Aunio, P., Lepola, J., & Hautamäki, J. (2014). *The role of the working memory and language skills in the prediction of word problem solving in 4- to 7-year-old children*. *Educational Psychology*, 34(6), 674–696. <https://doi.org/10.1080/01443410.2013.814192>
- Lee, K., E. Lynn, N. & Fong, S. (2009). *The Contributions of Working Memory and Executive Functioning to Problem Representation and Solution Generation in Algebraic Word Problems*. *Journal of Educational Psychology*, 101 (2), 373–387. doi: 10.1037/a0013843
- Lee, K., Ng, S. F., & Bull, R. (2018). *Learning and solving algebra word problems: The roles of relational skills, arithmetic, and executive functioning*. *Developmental Psychology*, 54(9), 1758–1772. <https://doi.org/10.1037/dev0000561>
- LeFevre, J. A., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Skwarchuk, S. L., Sargla, E., Arnup, J. S., PennerWigler, M. , Bisanza, J., & Kamawar, D. (2006). *What counts as knowing? The development of conceptual and procedural knowledge of counting from kindergarten through Grade 2*. *Journal of experimental child psychology*, 93(4), 285–303.
- LeFevre, J., Fast, L., Skwarchuk, S., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., et al. (2010). *Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance*. *Child Development*, 81, 1753–1767- doi: 10.1111/j.1467-8624.2010.01508

- Lin, X. (2020). *Investigating the Unique Predictors of Word-Problem Solving Using MetaAnalytic Structural Equation Modeling*. *Educational Psychology Review*, 33(1), 1097– 1124. <https://doi.org/10.1007/s10648-020-09554-w>
- Lin, X., Lee, K., Namkung, J., & Sales, A. (2020). *Examining the Mutual Relations Between Language and Mathematics: A Meta-Analysis*. *Psychological Bulletin*, 146(7), 595–634. <https://doi.org/10.1037/bul0000231.supp>
- Lin, X & Powell, S (2021) *The Roles of Initial Mathematics, Reading, and Cognitive Skills in Subsequent Mathematics Performance: A Meta-Analytic Structural Equation Modeling Approach* DOI:10.3102/00346543211054576
- Logie, R. H., & Baddeley, A. D. (1987). *Cognitive processes in counting*. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 13(2), 310–326. <https://doi.org/10.1037/0278-7393.13.2.310>
- Logie, R. H., Gilhooly, K. J., & Wynn, V. (1994). *Counting on working memory in arithmetic problem solving*. *Memory & Cognition*, 22(4), 395–410. <https://doi.org/10.3758/BF03200866>
- Manzi, J., Strasser, K., San Martin, E. & Contreras, D. (2008). *Quality of education in Chile. Santiago, Chile: Centro de Medición de la Pontificia Universidad Católica de Chile*
- Marín & Carrillo, (1999). *Teclé –Murcia-España*
- Martin, R. B., Cirino, P. T., Sharp, C., & Barnes, M. (2014). *Number and counting skills in kindergarten as predictors of grade 1 mathematical skills. Learning and individual differences*, 34, 12-23.
- Mayer, R. E., & Hegarty, M. (1996). *The process of understanding mathematical problems. In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.), The nature of mathematical thinking (pp. 29–53). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.*
- McCloskey, Caramazza.& Basili (1985) *Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia* [https://doi.org/10.1016/0278-2626\(85\)90069-7](https://doi.org/10.1016/0278-2626(85)90069-7)

- McClosKey, (1992) M. *Cognitive mechanisms in numerical processing: Evidence from acquired dyscalculia*. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90052-J](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90052-J)
- Mundy & Gilmore, (2009) *Children's mapping between symbolic and nonsymbolic representations of number* DOI: 10.1016/j.jecp.2009.02.003
- Muñoz-Sandoval, A. F.; Woodcock, R. W.; McGrew, K. S. y Mather, N (1977) *Batería III – EEUU*.
- OCDE (2017). *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias. Versión preliminar*. OECD Publishing, Paris.
- Orrantia, J., & Múñez, D. (2013). *Arithmetic word problem solving: Evidence for a magnitudebased mental representation*. *Memory & Cognition*, 41, 98 –108. <http://dx.doi.org/10.3758/s13421-012-0241-1>
- Ouyang, X., Yang, Y., Zhang, X., & Zhang, Q. (2021). *Longitudinal relations between the approximate number system and symbolic number skills in preschool children*. *Journal of Experimental Child Psychology*, 212, 105254. doi: 10.1016/j.jecp.2021.105254
- Passolunghi, M & Pazzaglia, F. (2004) *Individual differences in memory updating in relation to arithmetic problem solving*. *Psychology: Learning and individual Differences*
- Piazza et al (2010) *Cognition* Volume 116, Issue 1, July 2010, Pages 33-41. *Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia* <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.03.012>
- Pickering, S. (2016) *Working Memory and education*. British Library. Academic Press Publications
- Rasmussen, C. & Bisanz, J. (2005) *Representation and working memory in early Arithmetic*. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2005.01.004>

- Reigosa, V., González, E., León, T., Torres, R. et al (2013) *Numerical Capacities as Domain-Specific Predictors beyond Early Mathematics Learning: A Longitudinal Study* <https://doi.org/10.1371/journal>.
- Restle, F. (1970). Speed of adding and comparing numbers. *Journal of Experimental Psychology*, 83(2, Pt.1), 274–278. <https://doi.org/10.1037/h0028573>
- Riley, M. S., & Greeno, J. G. (1988). *Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. Cognition and Instruction*, 5(1), 49–101. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0501_2
- Rourke & Conway (1997) *Disabilities of Arithmetic and Mathematical Reasoning: Perspectives From Neurology and Neuropsychology* <https://doi.org/10.1177/002221949703000103>
- Sasanguie, D., Göbel, S. M., Moll, K., Smets, K., & Reynvoet, B. (2013). *Approximate number sense, symbolic number processing, or number–space mappings: What underlies mathematics achievement?* *Journal of Experimental Child Psychology*, 114(3), 418–431. doi: 10.1016/j.jecp.2012.10.012
- Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Schmidt, S., Stricker, J., & De Smedt, B. (2016). *Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: A metaanalysis.* *Developmental Science*, 1, 1–16.
- Sella, G., Simons, Y. Bullaughey, K. & Hudson, R., (2018) *A population genetic interpretation of GWAS findings for human quantitative traits* <https://doi.org/10.1371/journal.pbio.2002985>
- Siegler, R. S., & Shipley, C. (1995). *Variation, selection, and cognitive change.* In T. J. Simon & G. S. Halford (Eds.), *Developing cognitive competence: New approaches to process modeling* (pp. 31–76). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Siegler, R. & Booth. (2004) *Development of Numerical Estimation in Young Children.* <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x>

- Singer, V, Cuadro, A & Von Hagen (2014), A. *Test de Eficacia en Cálculo Aritmético (TECA)*. Montevideo.
- Singer, V (2018) Tesis doctoral: *Más convergente que divergente. El desempeño en aritmética y lectura en etapa escolar*. [Disertación doctoral] Pontificia Universidad Católica de Chile. Santiago de Chile.
- Soto-Calvo, E., Simmons, F. R., Willis, C., & Adams, A. M. (2015). *Identifying the cognitive predictors of early counting and calculation skills: Evidence from a longitudinal study*. *Journal of Experimental Child Psychology*, 140, 16-37
- Spencer, M. et al (2021) *Fully Light-Controlled Memory and Neuromorphic Computation in Layered Black Phosphorus* <https://doi.org/10.1002/adma.202004207>
- Spencer, M., Fuchs, L. S., Geary, D. C., & Fuchs, D. (2022). *Connections between mathematics and reading development: Numerical cognition mediates relations between foundational competencies and later academic outcomes*. *Journal of Educational Psychology*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1037/edu0000670>
- St. Clair, H & Gathercole, S. (2006) *Executive function and achievements in school: shifting, updating, inhibition, and working memory*. *Quarterly Journal of Experimental Psychology UK*
- Stevenson, H. W., Parker, T., Wilkinson, A., Hegion, A., & Fish, E. (1976). *Longitudinal study of individual differences in cognitive development and scholastic achievement*. *Journal of Educational Psychology*, 68(4), 377–400. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.68.4.377>
- Swanson, H. L., & Beebe-Frankenberger, M. (2004). *The Relationship Between Working Memory and Mathematical Problem Solving in Children at Risk and Not at Risk for Serious Math Difficulties*. *Journal of Educational Psychology*, 96(3), 471–491. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.3.471>
- Swanson, H. L., Jerman, O., & Zheng, X. (2008). *Growth in working memory and mathematical problem solving in children at risk and not at risk for serious math*

difficulties. Journal of Educational Psychology, 100(2), 343–379. doi:10.1037/0022-0663.100.2.343

Swanson, (2011) *Working Memory, Attention, and Mathematical Problem Solving: A Longitudinal Study of Elementary School Children*. Journal of Educational Psychology

Szkudlarek et al. (2017) Language Learning and Development Volume 13, 2017 - Issue 2: *The Representation of Number: Origins and Development Does the Approximate Number System Serve as a Foundation for Symbolic Mathematics?*
<https://doi.org/10.1080/15475441.2016.1263573>

Tolar, T. D., Fuchs, L., Cirino, P. T., Fuchs, D., Hamlett, C. L., & Fletcher, J. M. (2012). *Predicting development of mathematical word problem solving across the intermediate grades*. Journal of Educational Psychology, 104(4), 1083–1093.
<https://doi.org/10.1037/a0029020>

Torgesen, J. K. (1996). *A model of memory from an information processing perspective: The special case of phonological memory*. In G. R. Lyon & N. A. Krasnegor (Eds.), *Attention, memory, and executive function* (pp. 157–184). Paul H Brookes Publishing

Van Keer & Verhaeghe, (2005) *Effects of explicit reading strategies instruction and peer tutoring on second and fifth graders' reading comprehension and self-efficacy perceptions* The Journal of Experimental. Taylor & Francis

Wagner, R. K., Torgesen, J. K., & Rashotte, C. A. (1994). *Development of reading-related phonological processing abilities: New evidence of bidirectional causality from a latent variable longitudinal study*. Developmental Psychology, 30(1), 73–87. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.30.1.73>

Wagner, R. K., Torgesen, J. K., Rashotte, C. A., Hecht, S. A., Barker, T. A., Burgess, S. R., Donahue, J., & Garon, T. (1997). *Changing relations between phonological processing abilities and word-level reading as children develop from beginning to skilled readers: A 5-year longitudinal study*. Developmental Psychology, 33(3), 468–479. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.33.3.468>

- Wilkey, D. & Ansari, D., (2019) *Challenging the neurobiological link between number sense and symbolic numerical Abilities* <https://doi.org/10.1111/nyas.14225>
- Wolf, M. & Goodglass, H. (1986) *Dyslexia, dysnomia, and lexical retrieval: A longitudinal investigation* [https://doi.org/10.1016/0093-934X\(86\)90098-2](https://doi.org/10.1016/0093-934X(86)90098-2)
- Wong, T., & Ho, C. (2017). *Component processes in arithmetic word-problem solving and their correlates*. *Journal of Educational Psychology*, 109(4), 520.
- Wynn, K. (1990). *Children's understanding of counting*. *Cognition*, 36, 155–193.
- Zhang, X., & Lin, D. (2015). Pathways to arithmetic: *The role of visual-spatial and language skills in written arithmetic, arithmetic word problems, and nonsymbolic arithmetic*. *Contemporary Educational Psychology*, 41, 188-197.
- Zhang, X., Räsänen, P., Koponen, T., Aunola, K., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2017). *Knowing, applying, and reasoning about arithmetic: Roles of domain-general and numerical skills in multiple domains of arithmetic learning*. *Developmental Psychology*, 53(12), 2304–2318. <https://doi.org/10.1037/dev0000432>

13 – Anexos

13.1 - Modelos estadísticos de regresión jerárquica correspondientes a L1

VARIABLES ENTRADAS/ELIMINADAS^a

| Modelo | VARIABLES ENTRADAS | VARIABLES ELIMINADAS | Método |
|--------|--|----------------------|------------|
| 1 | TECLE 2DO ^b | . | Introducir |
| 2 | TECA RESTA 2DO, TECA SUMA 2DO ^b | . | Introducir |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

b. Todas las variables solicitadas introducidas.

Resumen del modelo

| Modelo | R | R cuadrado | R cuadrado ajustado | Error estándar de la estimación | Estadísticos de cambio | |
|--------|-------------------|------------|---------------------|---------------------------------|------------------------|-------------|
| | | | | | Cambio en R cuadrado | Cambio en F |
| 1 | ,413 ^a | ,170 | ,158 | 2,658 | ,170 | 13,944 |
| 2 | ,695 ^b | ,483 | ,459 | 2,130 | ,313 | 19,940 |

Resumen del modelo

| Modelo | Estadísticos de cambio | | Sig. Cambio en F |
|--------|------------------------|-----|------------------|
| | gl1 | gl2 | |
| 1 | 1 | 68 | <,001 |
| 2 | 2 | 66 | <,001 |

a. Predictores: (Constante), TECLE 2DO

b. Predictores: (Constante), TECLE 2DO, TECA RESTA 2DO, TECA SUMA 2DO

ANOVA^a

| Modelo | | Suma de cuadrados | gl | Media cuadrática | F | Sig. |
|--------|-----------|-------------------|----|------------------|--------|--------------------|
| 1 | Regresión | 98,501 | 1 | 98,501 | 13,944 | <,001 ^b |
| | Residuo | 480,371 | 68 | 7,064 | | |
| | Total | 578,871 | 69 | | | |
| 2 | Regresión | 279,435 | 3 | 93,145 | 20,531 | <,001 ^c |
| | Residuo | 299,436 | 66 | 4,537 | | |
| | Total | 578,871 | 69 | | | |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

b. Predictores: (Constante), TECLE 2DO

c. Predictores: (Constante), TECLE 2DO, TECA RESTA 2DO, TECA SUMA 2DO

Coefficientes^a

| Modelo | | Coefficients no estandarizados | | Coefficients estandarizados | t | Sig. |
|--------|----------------|--------------------------------|-------------|-----------------------------|--------|-------|
| | | B | Desv. Error | Beta | | |
| 1 | (Constante) | 28,235 | ,795 | | 35,503 | <,001 |
| | TECLE 2DO | ,150 | ,040 | ,413 | 3,734 | <,001 |
| 2 | (Constante) | 24,306 | ,953 | | 25,497 | <,001 |
| | TECLE 2DO | ,025 | ,039 | ,070 | ,648 | ,519 |
| | TECA SUMA 2DO | ,157 | ,056 | ,411 | 2,815 | ,006 |
| | TECA RESTA 2DO | ,100 | ,044 | ,293 | 2,262 | ,027 |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

Variables entradas/eliminadas^a

| Modelo | Variables entradas | Variables eliminadas | Método |
|--------|--|----------------------|------------|
| 1 | TECA RESTA 2DO, TECA SUMA 2DO ^b | . | Introducir |
| 2 | TECLE 2DO ^b | . | Introducir |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

b. Todas las variables solicitadas introducidas.

Resumen del modelo

| Modelo | R | R cuadrado | R cuadrado ajustado | Error estándar de la estimación | Estadísticos de cambio | |
|--------|-------------------|------------|---------------------|---------------------------------|------------------------|-------------|
| | | | | | Cambio en R cuadrado | Cambio en F |
| 1 | ,692 ^a | ,479 | ,464 | 2,121 | ,479 | 30,853 |
| 2 | ,695 ^b | ,483 | ,459 | 2,130 | ,003 | ,420 |

Resumen del modelo

| Modelo | Estadísticos de cambio | | |
|--------|------------------------|-----|------------------|
| | gl1 | gl2 | Sig. Cambio en F |
| 1 | 2 | 67 | <,001 |
| 2 | 1 | 66 | ,519 |

a. Predictores: (Constante), TECA RESTA 2DO, TECA SUMA 2DO

b. Predictores: (Constante), TECA RESTA 2DO, TECA SUMA 2DO, TECLE 2DO

ANOVA^a

| Modelo | | Suma de cuadrados | gl | Media cuadrática | F | Sig. |
|--------|-----------|-------------------|----|------------------|--------|--------------------|
| 1 | Regresión | 277,530 | 2 | 138,765 | 30,853 | <,001 ^b |
| | Residuo | 301,342 | 67 | 4,498 | | |
| | Total | 578,871 | 69 | | | |
| 2 | Regresión | 279,435 | 3 | 93,145 | 20,531 | <,001 ^c |
| | Residuo | 299,436 | 66 | 4,537 | | |
| | Total | 578,871 | 69 | | | |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

b. Predictores: (Constante), TECA RESTA 2DO, TECA SUMA 2DO

c. Predictores: (Constante), TECA RESTA 2DO, TECA SUMA 2DO, TECLE 2DO

Coefficientes^a

| Modelo | | Coefficients no estandarizados | | Coefficients estandarizados | | Sig. |
|--------|----------------|--------------------------------|-------------|-----------------------------|--------|-------|
| | | B | Desv. Error | Beta | t | |
| 1 | (Constante) | 24,355 | ,946 | | 25,742 | <,001 |
| | TECA SUMA 2DO | ,174 | ,049 | ,455 | 3,533 | <,001 |
| | TECA RESTA 2DO | ,098 | ,044 | ,287 | 2,232 | ,029 |
| 2 | (Constante) | 24,306 | ,953 | | 25,497 | <,001 |
| | TECA SUMA 2DO | ,157 | ,056 | ,411 | 2,815 | ,006 |
| | TECA RESTA 2DO | ,100 | ,044 | ,293 | 2,262 | ,027 |
| | TECLE 2DO | ,025 | ,039 | ,070 | ,648 | ,519 |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

13.2 - Modelos estadísticos de regresión jerárquica correspondientes a L2

Variables entradas/eliminadas^a

| Modelo | Variables entradas | Variables eliminadas | Método |
|--------|------------------------------------|----------------------|------------|
| 1 | TECLE 2 ^b | . | Introducir |
| 2 | TECA - 2, TECA + 2 ^b | . | Introducir |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL 2DA EVALUACION

b. Todas las variables solicitadas introducidas.

Resumen del modelo

| Modelo | R | R cuadrado | R cuadrado ajustado | Error estándar de la estimación | Estadísticos de cambio | |
|--------|-------------------|------------|---------------------|---------------------------------|------------------------|-------------|
| | | | | | Cambio en R cuadrado | Cambio en F |
| 1 | ,336 ^a | ,113 | ,097 | 4,231 | ,113 | 7,231 |
| 2 | ,783 ^b | ,613 | ,592 | 2,843 | ,501 | 35,592 |

Estadísticos de cambio

| Modelo | gl1 | gl2 | Sig. Cambio en F |
|--------|-----|-----|------------------|
| 1 | 1 | 57 | ,009 |
| 2 | 2 | 55 | <,001 |

a. Predictores: (Constante), TECLE 2

b. Predictores: (Constante), TECLE 2, TECA - 2, TECA + 2

ANOVA^a

| Modelo | | Suma de cuadrados | gl | Media cuadrática | F | Sig. |
|--------|-----------|-------------------|----|------------------|--------|--------------------|
| 1 | Regresión | 129,414 | 1 | 129,414 | 7,231 | ,009 ^b |
| | Residuo | 1020,145 | 57 | 17,897 | | |
| | Total | 1149,559 | 58 | | | |
| 2 | Regresión | 704,910 | 3 | 234,970 | 29,064 | <,001 ^c |
| | Residuo | 444,649 | 55 | 8,085 | | |
| | Total | 1149,559 | 58 | | | |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL 2DA EVALUACION

b. Predictores: (Constante), TECLE 2

c. Predictores: (Constante), TECLE 2, TECA - 2, TECA + 2

Coeficientes^a

| Modelo | | Coeficientes no estandarizados | | Coeficientes estandarizados | t | Sig. |
|--------|-------------|--------------------------------|-------------|-----------------------------|--------|-------|
| | | B | Desv. Error | Beta | | |
| 1 | (Constante) | 31,341 | 1,198 | | 26,153 | <,001 |
| | TECLE 2 | ,212 | ,079 | ,336 | 2,689 | ,009 |
| 2 | (Constante) | 23,192 | 1,342 | | 17,288 | <,001 |
| | TECLE 2 | -,047 | ,062 | -,074 | -,759 | ,451 |
| | TECA + 2 | ,495 | ,092 | ,804 | 5,376 | <,001 |
| | TECA - 2 | ,009 | ,078 | ,017 | ,114 | ,910 |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL 2DA EVALUACION

Variables entradas/eliminadas^a

| Modelo | Variables entradas | Variables eliminadas | Método |
|--------|------------------------------------|----------------------|------------|
| 1 | TECA - 2, TECA + 2 ^b | . | Introducir |
| 2 | TECLE 2 ^b | . | Introducir |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL 2DA EVALUACION

b. Todas las variables solicitadas introducidas.

Resumen del modelo

| Modelo | R | R cuadrado | R cuadrado ajustado | Error estándar de la estimación | Estadísticos de cambio | |
|--------|-------------------|------------|---------------------|---------------------------------|------------------------|-------------|
| | | | | | Cambio en R cuadrado | Cambio en F |
| 1 | ,780 ^a | ,609 | ,595 | 2,833 | ,609 | 43,638 |
| 2 | ,783 ^b | ,613 | ,592 | 2,843 | ,004 | ,576 |

Resumen del modelo

| Modelo | Estadísticos de cambio | | |
|--------|------------------------|-----|------------------|
| | gl1 | gl2 | Sig. Cambio en F |
| 1 | 2 | 56 | <,001 |
| 2 | 1 | 55 | ,451 |

ANOVA^a

| Modelo | | Suma de cuadrados | gl | Media cuadrática | F | Sig. |
|--------|-----------|-------------------|----|------------------|--------|--------------------|
| 1 | Regresión | 700,252 | 2 | 350,126 | 43,638 | <,001 ^b |
| | Residuo | 449,308 | 56 | 8,023 | | |
| | Total | 1149,559 | 58 | | | |
| 2 | Regresión | 704,910 | 3 | 234,970 | 29,064 | <,001 ^c |
| | Residuo | 444,649 | 55 | 8,085 | | |
| | Total | 1149,559 | 58 | | | |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL 2DA EVALUACION

b. Predictores: (Constante), TECA - 2, TECA + 2

c. Predictores: (Constante), TECA - 2, TECA + 2, TECLE 2

Coeficientes^a

| Modelo | | Coeficientes no estandarizados | | Coeficientes estandarizados | t | Sig. |
|--------|-------------|--------------------------------|-------------|-----------------------------|--------|-------|
| | | B | Desv. Error | Beta | | |
| 1 | (Constante) | 23,041 | 1,321 | | 17,436 | <,001 |
| | TECA + 2 | ,481 | ,090 | ,780 | 5,355 | <,001 |
| | TECA - 2 | 1,050E-6 | ,076 | ,000 | ,000 | 1,000 |
| 2 | (Constante) | 23,192 | 1,342 | | 17,288 | <,001 |
| | TECA + 2 | ,495 | ,092 | ,804 | 5,376 | <,001 |
| | TECA - 2 | ,009 | ,078 | ,017 | ,114 | ,910 |
| | TECLE 2 | -,047 | ,062 | -,074 | -,759 | ,451 |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL 2DA EVALUACION

13.3 - Modelos estadísticos de regresión jerárquica correspondientes a L3

Variables entradas/eliminadas^a

| Modelo | Variables entradas | Variables eliminadas | Método |
|--------|-----------------------|-------------------------|------------|
| 1 | TECA ^b | . | Introducir |
| 2 | TECLE ^b | . | Introducir |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

b. Todas las variables solicitadas introducidas.

Resumen del modelo^c

| Modelo | R | R cuadrado | R cuadrado ajustado | Error estándar de la estimación | Estadísticos de cambio | |
|--------|-------------------|------------|------------------------|---------------------------------------|-------------------------|-------------|
| | | | | | Cambio en R cuadrado | Cambio en F |
| 1 | ,456 ^a | ,208 | ,197 | 2,895 | ,208 | 19,208 |
| 2 | ,495 ^b | ,245 | ,224 | 2,846 | ,037 | 3,508 |

Resumen del modelo^c

| Modelo | Estadísticos de cambio | | | Durbin-Watson |
|--------|------------------------|-----|---------------------|---------------|
| | gl1 | gl2 | Sig. Cambio en F | |
| 1 | 1 | 73 | <,001 | |
| 2 | 1 | 72 | ,065 | 2,245 |

a. Predictores: (Constante), TECA

b. Predictores: (Constante), TECA, TECLE

c. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

ANOVA^a

| Modelo | | Suma de cuadrados | gl | Media cuadrática | F | Sig. |
|--------|-----------|----------------------|----|---------------------|--------|--------------------|
| 1 | Regresión | 160,956 | 1 | 160,956 | 19,208 | <,001 ^b |
| | Residuo | 611,711 | 73 | 8,380 | | |
| | Total | 772,667 | 74 | | | |
| 2 | Regresión | 189,379 | 2 | 94,689 | 11,688 | <,001 ^c |
| | Residuo | 583,288 | 72 | 8,101 | | |
| | Total | 772,667 | 74 | | | |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

b. Predictores: (Constante), TECA

c. Predictores: (Constante), TECA, TECLE

Coefficientes^a

| Modelo | | Coefficients no estandarizados | | Coefficients estandarizados | t | Sig. |
|--------|-------------|--------------------------------|-------------|-----------------------------|--------|-------|
| | | B | Desv. Error | Beta | | |
| 1 | (Constante) | 40,538 | 1,173 | | 34,557 | <,001 |
| | TECA | ,272 | ,062 | ,456 | 4,383 | <,001 |
| 2 | (Constante) | 40,047 | 1,183 | | 33,856 | <,001 |
| | TECA | ,224 | ,066 | ,377 | 3,394 | ,001 |
| | TECLE | ,087 | ,047 | ,208 | 1,873 | ,065 |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

Variables entradas/eliminadas^a

| Modelo | Variables entradas | Variables eliminadas | Método |
|--------|--------------------|----------------------|------------|
| 1 | TECLE ^b | . | Introducir |
| 2 | TECA ^b | . | Introducir |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

b. Todas las variables solicitadas introducidas.

Resumen del modelo^c

| Modelo | R | R cuadrado | R cuadrado ajustado | Error estándar de la estimación | Estadísticos de cambio | |
|--------|-------------------|------------|---------------------|---------------------------------|------------------------|-------------|
| | | | | | Cambio en R cuadrado | Cambio en F |
| 1 | ,353 ^a | ,124 | ,112 | 3,044 | ,124 | 10,361 |
| 2 | ,495 ^b | ,245 | ,224 | 2,846 | ,121 | 11,522 |

Resumen del modelo^c

| Modelo | Estadísticos de cambio | | | Durbin-Watson |
|--------|------------------------|-----|------------------|---------------|
| | gl1 | gl2 | Sig. Cambio en F | |
| 1 | 1 | 73 | ,002 | |
| 2 | 1 | 72 | ,001 | 2,245 |

a. Predictores: (Constante), TECLE

b. Predictores: (Constante), TECLE, TECA

c. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

ANOVA^a

| Modelo | | Suma de cuadrados | gl | Media cuadrática | F | Sig. |
|--------|-----------|-------------------|----|------------------|--------|--------------------|
| 1 | Regresión | 96,036 | 1 | 96,036 | 10,361 | ,002 ^b |
| | Residuo | 676,630 | 73 | 9,269 | | |
| | Total | 772,667 | 74 | | | |
| 2 | Regresión | 189,379 | 2 | 94,689 | 11,688 | <,001 ^c |
| | Residuo | 583,288 | 72 | 8,101 | | |
| | Total | 772,667 | 74 | | | |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

b. Predictores: (Constante), TECLE

c. Predictores: (Constante), TECLE, TECA

Coefficientes^a

| Modelo | | Coefficients no estandarizados | | Coefficients estandarizados | t | Sig. |
|--------|-------------|--------------------------------|-------------|-----------------------------|--------|-------|
| | | B | Desv. Error | Beta | | |
| 1 | (Constante) | 43,170 | ,796 | | 54,265 | <,001 |
| | TECLE | ,148 | ,046 | ,353 | 3,219 | ,002 |
| 2 | (Constante) | 40,047 | 1,183 | | 33,856 | <,001 |
| | TECLE | ,087 | ,047 | ,208 | 1,873 | ,065 |
| | TECA | ,224 | ,066 | ,377 | 3,394 | ,001 |

a. Variable dependiente: PUNTAJE TOTAL

13.4 - Consentimiento para los estudiantes

Modelo de asentimiento del niño/a participante

A cada niño se le leerá el siguiente texto, antes de que expresen su asentimiento o no para participar del estudio:

“Te estoy invitando a participar de un trabajo que tiene que ver con el aprendizaje de la matemática, en el que voy a estudiar un aspecto muy importante que se relaciona con la resolución de problemas matemáticos.

Comenzamos a aprender a resolver problemas matemáticos desde los primeros grados en el colegio. Aprendemos que para llegar a la solución, primero tenemos que entender el problema. Después, planificamos lo que hay que hacer y lo hacemos. Por último, comprobamos si la solución encontrada es correcta. Los problemas nos ayudan a entender cómo la matemática se encuentra en muchas situaciones de nuestra vida diaria. En ocasiones, encontrar la solución a un problema matemático es un gran desafío.

Voy a estudiar cómo resuelven los problemas matemáticos todos los estudiantes de 3º, 4º grado y 3º de liceo del colegio. Para poder hacer este estudio, necesito saber si estás de acuerdo en que utilice los resultados obtenidos por ti cuando has hecho las pruebas de TECA, TECLA y resolución de problemas, tanto durante este año como en años anteriores. Nadie sabrá que esos datos son tuyos, es decir, el estudio será anónimo y confidencial.

Si no quieres que utilice tus datos, esto no te trae ningún problema. Igual si ahora dijeras que sí, pero después ya no quieres, tampoco hay problema y no te va a ocurrir nada.

Te pedimos que encierres con un círculo sobre la palabra que diga lo que quieres hacer (ACEPTO o NO ACEPTO), o que nos digas a nosotros y marcamos lo que quieras hacer (ACEPTO o NO ACEPTO)”

Yo _____

ACEPTO

NO ACEPTO

Fecha:

13.5 - Consentimiento para las familias

Modelo de consentimiento de los padres.

El colegio mantiene como práctica habitual que los estudiantes participen de experiencias de evaluación colectivas o individuales, según lo que los profesionales de la institución consideren necesario para atender las dimensiones del desarrollo de los niños ya que es parte de la propuesta de nuestro proyecto educativo. Contamos con el consentimiento escrito de los padres (Anexo 5) quienes firman un reglamento al ingresar al Colegio, donde se hace mención explícita al manejo de información y datos de los estudiantes por parte del colegio:

*“La información recabada de los estudiantes y/o de sus Representantes, **así como de otras personas que eventualmente fueran autorizadas**, será incorporada en bases de datos protegidas por la Ley 18.331 (Protección de Datos Personales). Las mismas serán elaboradas y administradas por el Colegio y destinadas exclusivamente a ser utilizadas para su giro y la atención y asistencia al estudiante. Los datos de carácter personal serán tratados con el grado de protección adecuado, tomándose las medidas necesarias para evitar un uso para finalidades distintas para las que han sido solicitados. La entidad responsable es el Colegio Stella Maris, y el domicilio donde el titular podrá ejercer los derechos de acceso, rectificación, actualización, inclusión o supresión, es la calle Máximo Tajés 7359 (art.14 y 15 de la Ley Nro.18331)” (Anexo 2).*

En este caso particular, las investigadoras constituyen “otras personas autorizadas” por el Colegio

13.6 - Consentimiento institucional

Comité de Ética en investigación

Entiendo que los datos personales se tratarán de acuerdo a la normativa vigente sobre protección de datos personales. El colegio se compromete a recabar los consentimientos de los estudiantes y familias.

Entiendo que participar de esta prueba puede beneficiar al colegio y a los maestros participantes ya que se realizarán devoluciones de los resultados de la evaluación de sus estudiantes. Entiendo que los resultados de esta evaluación serán utilizados por los/as maestros/as y docentes para conocer más sobre las competencias cognitivas, y así poder contribuir a mejorar sus procesos educativos. Por otro lado, entiendo que no se espera ningún tipo de riesgo o incomodidad, malestar o peligro para los estudiantes ni docentes.

He leído la información proporcionada o me ha sido leída. He tenido la oportunidad de preguntar sobre ella y se me ha contestado satisfactoriamente las preguntas que he realizado. Recibo una copia del presente documento.

En forma voluntaria acepto que el centro educativo del que estoy a cargo participe de esta prueba "Predictores de Resolución de Problemas Verbales "

Nombre del director/a del centro y documento de identidad: _____

Firma del director/a del centro: _____

Fecha: _____